

Анализ робастных систем в MATLAB

Цель работы: познакомиться со средствами MATLAB анализа робастных систем.

Задача работы: изучить пример MATLAB построения и анализа робастной системы.

Приборы и принадлежности: персональный компьютер, интегрированная среда MATLAB.

Введение

При моделировании систем не всегда удастся точно определить их параметры и структуры. В таких случаях систему необходимо исследовать, например, на устойчивость при всех возможных вариациях параметров.

В теории управления влияние малых изменений свойств элементов на свойства системы характеризуется чувствительностью систем [1]. Системы, сохраняющие при всех возможных вариациях параметров необходимый запас устойчивости, получили название робастных, а совокупность методов синтеза регулятора, обеспечивающего требуемое качество управления объекта с неопределенностями, относят к разделу Робастное управление.

В этой работе рассмотрен пример анализа робастной системы MATLAB “Building and Manipulating Uncertain Models” [2].

Описание системы

Рассматриваемая разработанная система управления показана на (Рисунок 1). Система включает компенсатор с передаточной функцией $C(s)$ и объект, охваченные обратной связью. Объект управления представляет собой две каретки массой m_1 и m_2 соединенные пружиной с жёсткостью k . Сила трения отсутствует.

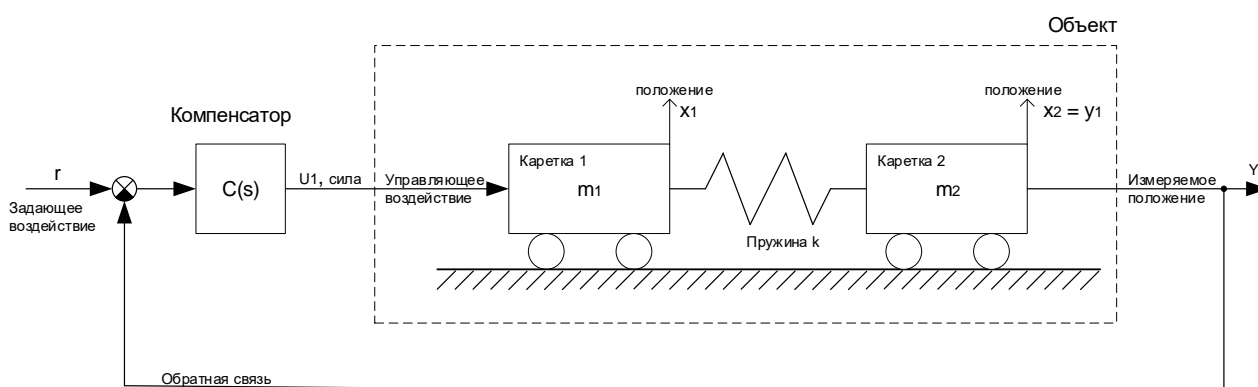


Рисунок 1. Система управления.

Управляющая сила u_1 прикладывается к левой каретке. Положение объекта y_1 измеряется по положению правой каретки x_2 .

$$u_1 = C(s)(r - y_1)$$

Передаточная функция (ПФ) компенсатора:

$$C(s) = \frac{100(s+1)^3}{(0.001s+1)^3} = \frac{10^{11}s^3 + 3 \cdot 10^{11}s^2 + 3 \cdot 10^{11}s + 10^{11}}{s^3 + 3 \cdot 10^3s^2 + 3 \cdot 10^6s + 10^9}$$

Построение модели компенсатора:

```
s = zpk('s'); % The Laplace 's' variable
C = 100*ss((s+1)/(.001*s+1))^3; % A, B, C, D модель в пространстве состояний
```

или

```
Wc_tf = 100*tf([1 1],[0.001 1])^3
Wc_tf =
      100 s^3 + 300 s^2 + 300 s + 100
-----
1e-09 s^3 + 3e-06 s^2 + 0.003 s + 1
```

Частотная характеристика корректирующего звена $C(s)$ показана на Рисунок 2.

```
freq = logspace(-2,5,1000); % частотный диапазон от 10^-2 до 10^5 рад/с
bode(Wc_tf,freq) % АФЧХ
grid % масштабная сетка
```

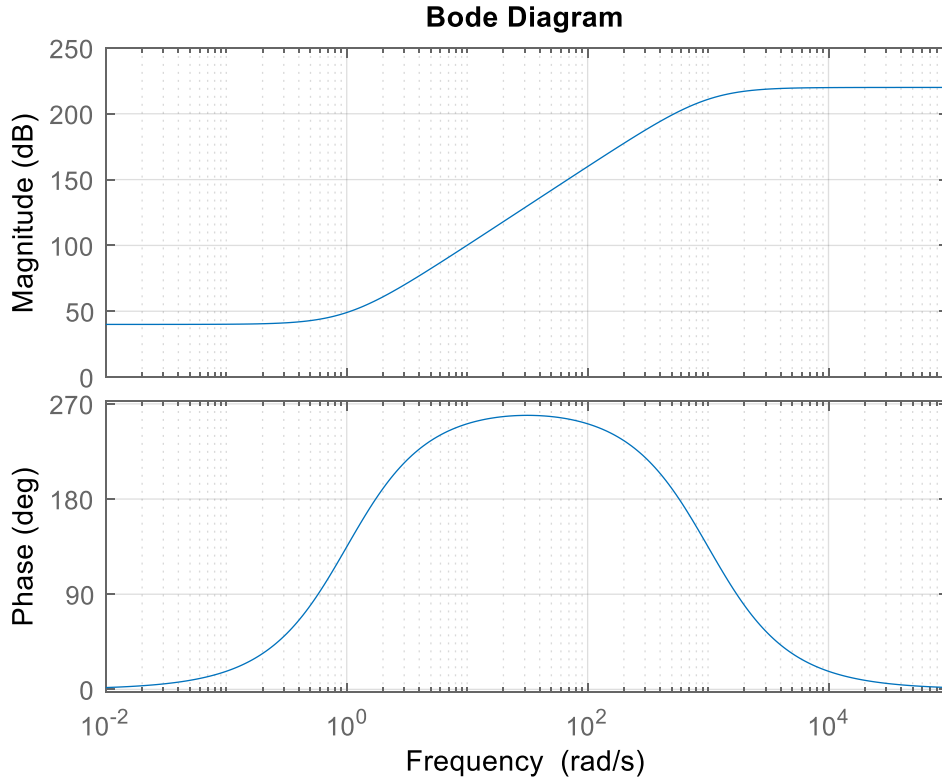


Рисунок 2. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) компенсатора.

Описание объекта

Второй закон Ньютона описывает взаимосвязь ускорения материальной точки \vec{a} с равнодействующей всех сил \vec{F} , приложенных к материальной точке:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где m – масса материальной точки.

Скорость массы m равна интегралу от ускорения. $\frac{dx}{dt} = \int \alpha \cdot dt$.

Путь, пройденный массой m , равен двойному интегралу от ускорения $x = \iint \alpha \cdot dt \cdot dt$. В операторной форме

$$x(s) = \frac{1}{s^2} \alpha(s);$$

где s – оператор Лапласа.

Зависимость положения каретки от приложенной к каретке силы:

$$x(s) = \frac{1}{s^2} \frac{F(s)}{m}; \quad \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} = G(s),$$

По закону Гука, сила упругости пружины $f_{\text{п}}$ пропорциональна изменению ее длины:

$$f_{\text{п}} = k \cdot \Delta x,$$

где k – жесткость (коэффициент упругости) пружины, $\Delta x = (x_1 - x_2)$ – сжатие или растяжение пружины при относительном смещении кареток.

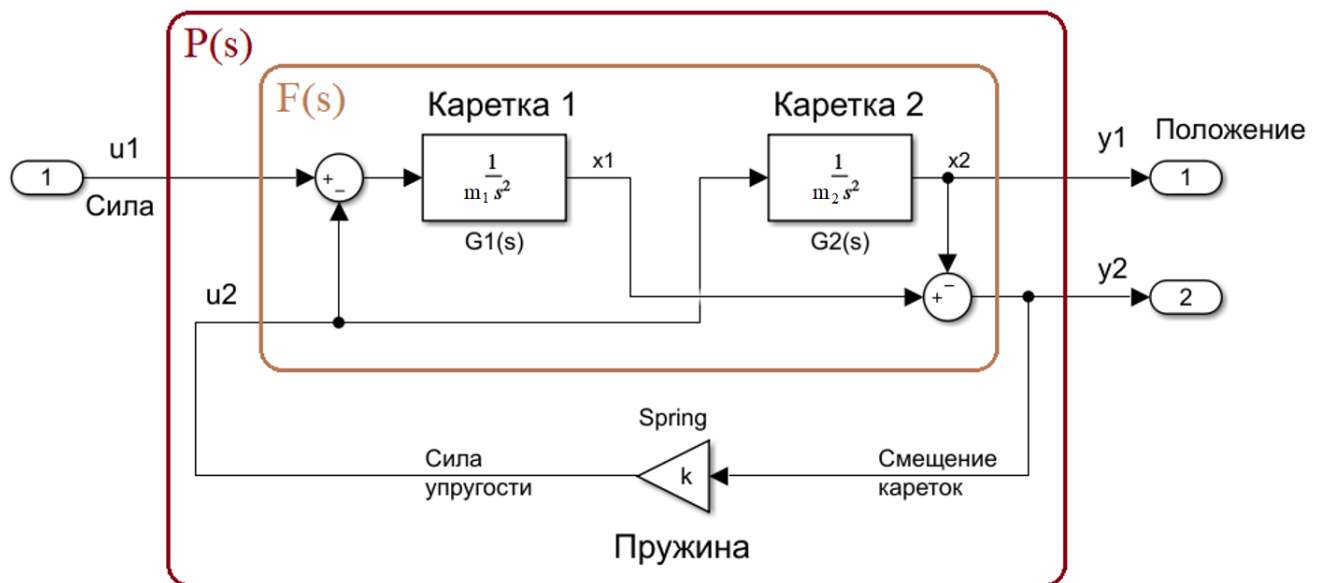


Рисунок 3. Структура объекта – две каретки, соединенные пружиной.

Обозначение неопределенных параметров в MATLAB

Команда `ureal` создает структуру неопределенной переменной, например, $a = 5 \pm 20\%$, в следующем формате. Тип неопределенных переменных в Workspace: `uss`.

```
a = ureal('a',5)
Uncertain Real Parameter: Name a, NominalValue 5, variability = [-1 1]
get(a)
      Name: 'a'
  NominalValue: 5
        Mode: 'PlusMinus'
        Range: [4 6]
  PlusMinus: [-1 1]
  Percentage: [-20 20]
AutoSimplify: 'basic'
```

В рассматриваемом примере (Рисунок 3) используются следующие неопределенные параметры.

```
k = ureal('k',1,'percent',20);
m1 = ureal('m1',1,'percent',20);
m2 = ureal('m2',1,'percent',20);
```

Передаточные функции с неопределенными параметрами

Структура передаточной функции с неопределенными параметрами содержит структуру ПФ с номинальными параметрами `NominalValue` и структуры неопределенных параметров `Uncertainty.имя_параметра`.

```
s = zpks('s'); % 's' - the Laplace variable
G1 = 1/(m1*s^2);
G2 = 1/(m2*s^2);
```

Альтернативный вариант:

```
G1 = tf(1,[m1 0 0]); % коэффициенты полинома числителя и знаменателя ПФ
G2 = tf(1,[m2 0 0])
```

Четырехполюсник $F(s)$

На Рисунок 3 показан четырехполюсник $F(s)$ - модель двух кареток не соединенных пружиной. Вход четырехполюсника $u(s)$, выход: $y(s)$:

$$y(s) = F(s) \cdot u(s),$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G_2 \\ G_1 & -G_1 - G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} 0 & G_2 \\ G_1 & -G_1 - G_2 \end{bmatrix}$$

Модель $F(s)$ оформляется следующей записью.

$$F = [0; G1]*[1 -1] + [1; -1]*[0, G2]$$

Модель объекта P(s) с неопределенными параметрами

Модель объекта - соединенные пружиной две каретки, получена добавлением пружины k к F(s) модели:

```
P = lft(F,k)
```

Альтернативный вариант:

```
feedin = 2; % подключаемый вход
feedout = 2; % подключаемый выход
P = feedback(F,k,feedin,feedout,1)
% Преобразование 4-х полюсника в 2-х полюсник
P = P([1],[1]) % оставить первый выход и первый вход, остальные удалить
```

Выделение номинальных параметров объекта

```
Pnom = zpk(P.nominal)
Pnom =
      1
-----
s^2 (s^2 + 2)
```

ПФ разомкнутого контура с неопределенными параметрами

```
L = P*C
L =

Uncertain continuous-time state-space model with 1 outputs, 1 inputs, 7
states.
The model uncertainty consists of the following blocks:
  k: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences
  m1: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences
  m2: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences

Type "L.NominalValue" to see the nominal value, "get(L)" to see all
properties, and "L.Uncertainty" to interact with the uncertain elements.
```

ПФ замкнутого контура

```
T = feedback(L,1) % замыкание канала L = P*C отрицательной обратной связью
```

Определение устойчивости системы по корням характеристического полинома

```
Tnom = zpk(T.nominal); % ПФ номинальной системы управления

$$T_{nom} = \frac{10^{11}(s + 0.9964)(s^2 + 2.004s + 1.004)}{(s + 331.1)(s + 175.1)(s + 1.437)(s^2 + 1.646s + 0.7177)(s^2 + 2491s + 1.672 \cdot 10^6)}$$

```

Выделение максимальной действительной части корней характеристического полинома:

```
maxrealpole = max(real(pole(Tnom)))
maxrealpole =
-0.8232
```

ВЫВОД. Система управления с номинальными параметрами устойчива, поскольку действительные части ее корней отрицательны.

Запас устойчивости робастной системы

`% [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(L)` % запас системы по модулю и фазе
`margin(L)` % построение АФЧХ разомкнутой системы

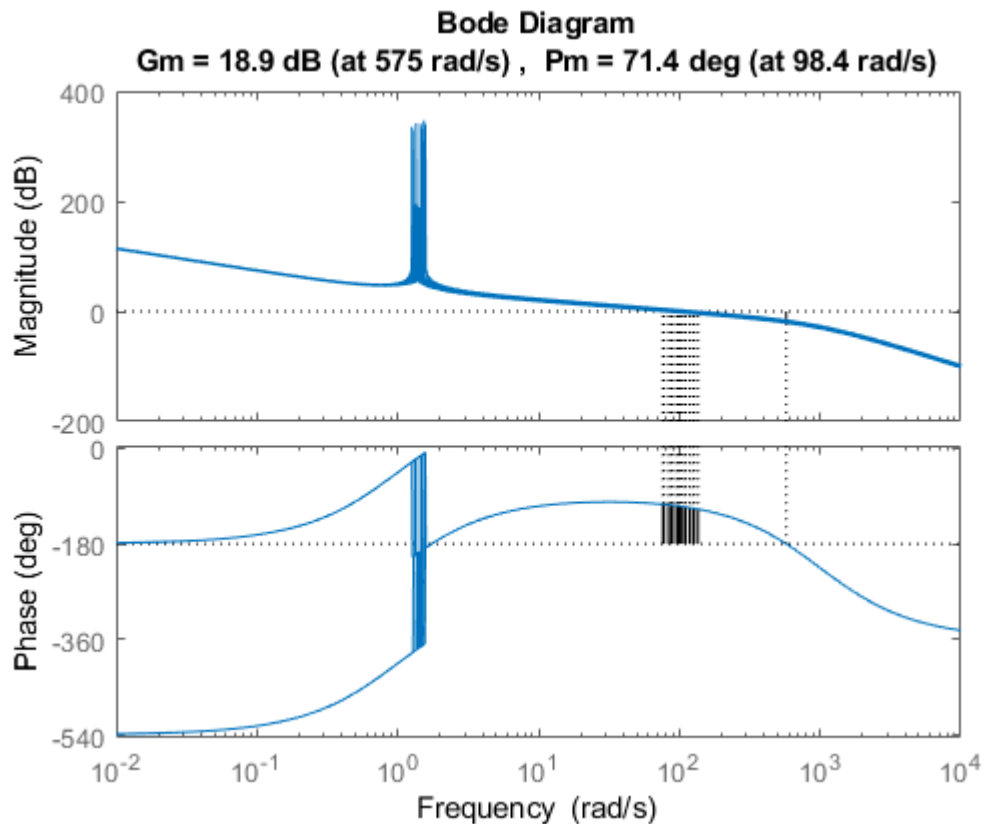


Рисунок 4. Запас по модулю и фазе разомкнутой робастной системы с параметрами в границах неопределенности. Запас по модулю системы с номинальными параметрами $Gm = 8.8265$; запас по фазе $Pm = 71.3641$.

Чувствительность робастной системы

```
opt = robOptions('Display','on','Sensitivity','on'); % формирование опций для робастного анализа
```

```
opt =  
  robAnalysis with properties:  
    Display: 'on'  
    VaryFrequency: 'off'  
    Sensitivity: 'on'  
    SensitivityPercent: 25  
    MussvOptions: ''
```

```
[StabilityMargin,wcu] = robstab(T,opt) % зона стабильности замкнутой робастной системы
```

```
System is robustly stable for the modeled uncertainty.  
-- It can tolerate up to 288% of the modeled uncertainty.  
-- There is a destabilizing perturbation amounting to 289% of the modeled uncertainty.  
-- This perturbation causes an instability at the frequency 575 rad/seconds.  
-- Sensitivity with respect to each uncertain element is:  
    12% for k. Increasing k by 25% decreases the margin by 3%.  
    47% for m1. Increasing m1 by 25% decreases the margin by 11.8%.  
    47% for m2. Increasing m2 by 25% decreases the margin by 11.8%.
```

Пояснения к сообщению выше:

Робастная система устойчива при смоделированной неопределенности.

-- допускается увеличение неопределенности (разброса) каждого параметра на 288% (в примере: с 20% до 57.73%, на 288% = $100 \times 57.73 / 20$) при сохранении устойчивости

-- выход модели за границу устойчивости возникает при увеличении неопределенности на 289%
 -- частота перехода фазовой характеристики через линию $-\pi$: 575 рад/сек.
 Чувствительность изменения запаса по модулю к изменению каждого неопределенного параметра:
 12% - доля k (12%+44%+44%) в уменьшении запаса по модулю при равном изменении всех неопределенных параметров. Увеличение k на 25% уменьшает запас на 3%.
 47% - доля m1. Увеличение m1 на 25% уменьшает запас на 11,8%.
 47% - доля m2. Увеличение m2 на 25% уменьшает запас на 11,8%.
 Изменение запаса имеет минимальную чувствительность к изменению k (как 12:47) в сравнении с чувствительностью к изменению m1 и m2.

```
StabilityMargin =
  struct with fields:
    LowerBound: 2.8827
    UpperBound: 2.8864
    CriticalFrequency: 575.0339
```

LowerBound - Коэффициент возможного увеличения границы неопределенности параметров при которых система находится вблизи границе устойчивости, но все еще устойчива.

UpperBound - Коэффициент увеличение неопределенности параметров до значений при которых система неустойчива хотя и находится вблизи границе устойчивости.

CriticalFrequency - частота, при которой запас устойчивости по фазе является наименьшим, фазовая характеристика пересекает линию $-\pi$.

```
wcu = % значения параметров системы на границе устойчивости
  struct with fields:
    k: 1.5773 %  $\equiv 1 \pm 57.73\%$ , неопределенность относительно 1 - заданного номинального значения
    m1: 0.4227 %  $\equiv 1 \pm 57.73\%$ 
    m2: 0.4227 %  $\equiv 1 \pm 57.73\%$ 
```

ВНИМАНИЕ. Граница устойчивости робастной системы найдена путем изменения неопределенных параметров k, m1 и m2 *на равную величину* в сторону уменьшения запаса устойчивости по модулю (k увеличили до 1.5773 , m1 и m2 уменьшили до 0.4227).

Зависимость запаса по модулю Gm и фазе Pm от вариации параметров k, m1, m2 представлена в

Вариации запаса устойчивости при изменении параметров

Изменения запаса устойчивости по модулю Gm и амплитуде Pm рассматриваемой робастной системы при случайных и заданных параметрах системы показано в Таблица 1.

Таблица 1.

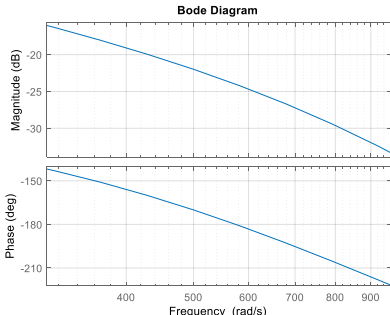
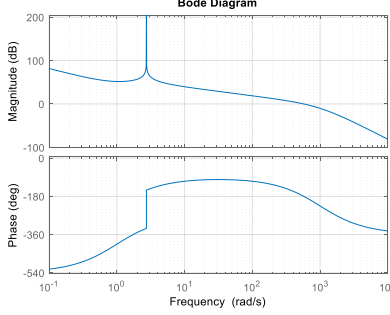
```
Lrand = usample(L,4);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(Lrand(:, :, 1, 1)) % запас устойчивости 1-й модели
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(Lrand(:, :, 4, 1)) % запас устойчивости 4-й модели
```

Вариации запаса устойчивости при изменении параметров

Изменения запаса устойчивости по модулю Gm и амплитуде Pm рассматриваемой робастной системы при случайных и заданных параметрах системы показано в Таблица 1.

Таблица 1. Запас по модулю и фазе робастной системы T.

| Модель | Разомкнутая система | |
|---|--------------------------|------------|
| | Gm, [абсолютные единицы] | Pm, [град] |
| Lrand(:, :, 1, 1) разомкнутая система при случайных значениях параметров в диапазоне неопределенности | 8.4072 | 70.6335 |
| Lrand(:, :, 2, 1) | 9.1471 | 71.8749 |

| | | |
|--|------------------------|---------|
| Lrand(:,3,1) | 8.4025 | 70.6246 |
| Lrand(:,4,1) | 9.5152 | 72.4162 |
| L.Nominal k=1.0; m1=1.0; m2=1.0; | 8.8265 | 71.3641 |
| k=0.8; m1=0.8; m2=0.8; | 7.0612 | 67.6803 |
| k=0.8; m1=1.2; m2=1.2; | 15.8878 = 24 дБ | 77.3903 |
|  <p>Наибольший запас</p> | | |
| k=1.2; m1=1.2; m2=1.2; | 10.5919 | 73.7634 |
| k=1.2; m1=0.8; m2=0.8; | 4.7059 | 58.6149 |
| k = 1.5773; m1 = 0.4227; m2 = 0.4227; | 0.9996 = 0дБ | 0.0168 |
|  <p>Система на границе устойчивости</p> | | |

Примеры формирования наборов параметров робастных систем

- Неопределенные параметры

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k', 1, 'percent', 20);
m1 = ureal('m1', 1, 'percent', 20);
```

- Система с номинальными параметрами

```
L.Nominal
```

- Выбор значений наихудших набор параметров (wcu)

```
[wcDM, wcu] = wcdiskmargin(L, 'siso'); %
```

- Системы со случайным набором параметров в зонах неопределенности

```
L_rand = usample(L, 4); % четыре системы L_rand
```

- Подстановка wcu набора параметров (замена параметров)

```
L_wc = usubs(L, wcu);
```


Динамика робастной системы

```
Twc = usubs(T,wcu); % замена параметров на wcu группу, при которой система находится
на границе устойчивости
Trand = usample(T,4); % 4 образца ss модели, выбранные случайным образом
% Построение графиков
clf
subplot(211), bodemag(Trand,'b',Twc,'r',{10 1000}); % графики АЧХ
subplot(212), step(Trand,'b',Twc,'r',0.2); % графики реакции на единичное
ступенчатое воздействие
```

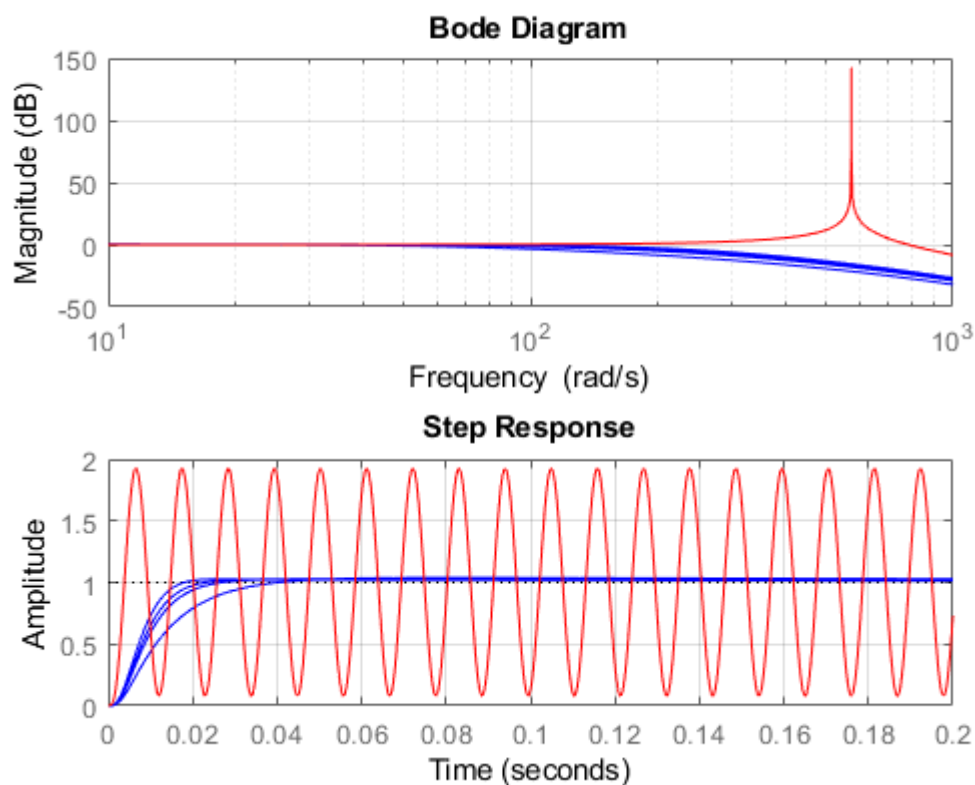


Рисунок 5. АЧХ (вверху) и реакция на ступенчатое воздействие (внизу) робастной системы. Четыре характеристики робастной системы с параметрами в 20% зоне неопределенности заданные случайным образом (синие графики), система с критическими параметрами **wcu** на границе устойчивости (красные графики). Частота резонансного пика: 575 рад/сек.

```
% wcsigmplot(T,{.1,100}) % (модель, диапазон частот)
wcsigmplot(T)
```

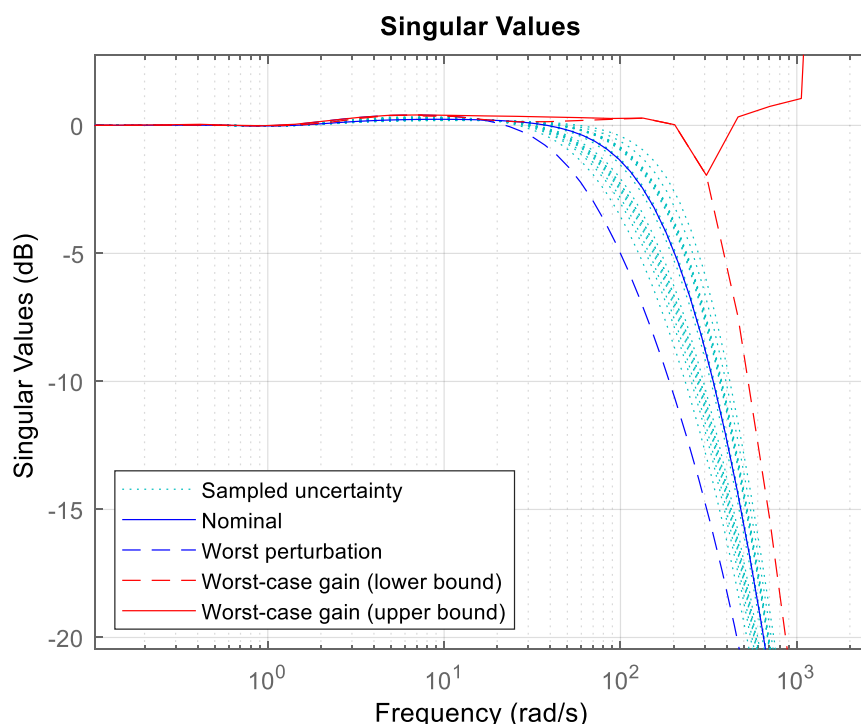


Рисунок 6. Амплитудно-частотная характеристика замкнутой робастной системы с параметрами: номинальными (сплошная синяя линия); неопределенными (зеленые точки) в границах (штриховые линии) неопределенности; на границе устойчивости.

Построение зоны запаса устойчивости (Disk Margin)

Величина запаса устойчивости по фазе обычно лежит в пределах $30 \dots 60^\circ$ [1, 128]. Запас по модулю в логарифмическом масштабе обычно лежит в пределах $6 \dots 20$ дБ (усиление в $2 \dots 10$ раз).

Требуемый запас устойчивости и его значение относительно устойчивости системы удобно задавать круговыми диаграммами запаса устойчивости “Disk Margin” (Рисунок 7, Рисунок 8, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**).

Параметры диаграмм задаются командами `getDGM`, `getDPM`, `diskmargin`, `diskmarginplot`.

Команда `getDGM` принимает значение запаса по модулю G_m (в абсолютных единицах – правая точка круга) и запаса по фазе G_p в градусах

```
DGM = getDGM(Gm,Gp,'tight')
```

Значения G_m и G_p можно задавать границами диапазонов.

Последовательность вычисления границы круга запаса устойчивости для $G_m = 1.5$ и $G_p = 30^\circ$, показана на Рисунок 7 зеленым. Она включает следующие шаги.

- На горизонтальной оси откладывается запас по модулю G_m (точка 1) в абсолютных единицах.
- Вычисляется $\text{tg}(G_p)$, значение которого откладывается по вертикали проходящей из точки пересечения с единичным кругом (точка 3).
- Строится окружность, проходящая через точки 1 и 3
- Пересечение окружности с горизонтальной осью в точке 4 дает минимальное значение g_{\min} вектора $DGM = [0.4717 \ 1.5000]$ команды `DGM = getDGM(1.5,30,'tight')`

Положение точек пересечения окружности с горизонтальной осью однозначно связано с величиной запаса по фазе (высоту круга). Для рассматриваемого примера ($G_p=30^\circ$):

```
DGM = [0.4717    1.5000]
```

```
DPM = getDPM(DGM)
```

```
DPM =
```

```
   -29.9996    29.9996
```

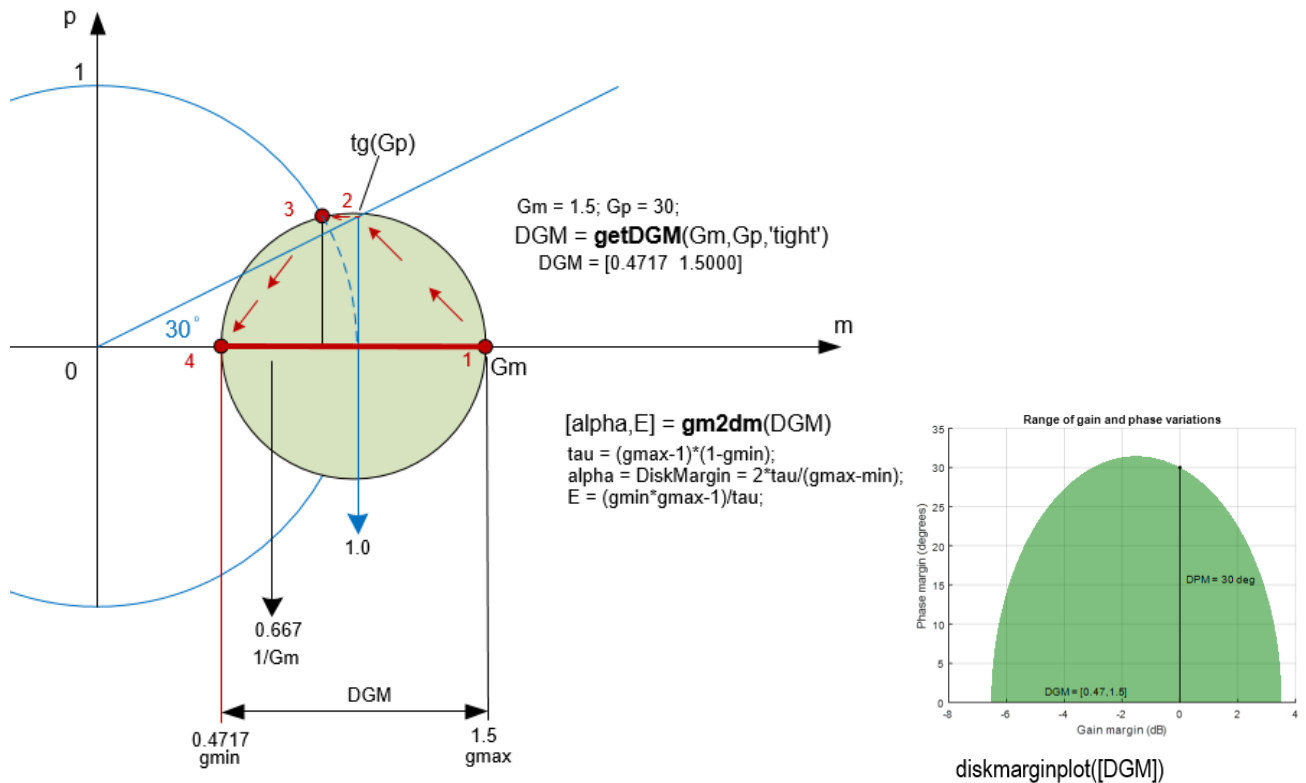


Рисунок 7. Построение круговой диаграммы Disk Margin для $G_m = 1.5$ (3.52 дБ) и $G_p = 30$ градусов, $g_{min} = 0.4717$, $g_{max} = 1.5$. Disk Margin приблизительно равен радиусу круга. Точное вычисление Disk Margin = alpha и эксцентриситета E показано на рисунке. Запас по модулю равен 3.18 (как $1.5/0.4717$) или 10 дБ (как $\text{mag2db}(1.5 / 0.4717)$)

Программа построения круговой диаграммы требуемого запаса 10 дБ / 60 град и круговой диаграммы всей зоны устойчивости (Рисунок 8):

```
DGM = [0.4717    1.5000];
```

```
F = umargin('F', DGM) % структура круга запаса устойчивости (неопределенность)
```

```
F =
```

```
Uncertain gain/phase "F" with relative gain change in [0.472,1.5] and phase change of ±30 degrees.
```

| Property | Value |
|--------------------|--------------------|
| GainChange | [0.4717,1.5000] |
| PhaseChange | [-29.9996,29.9996] |
| DiskMargin | 0.5138 |
| Eccentricity | -1.1071 |
| SampleStateDime... | 3 |
| SampleMaxFreque... | Inf |
| NominalValue | 1x1 ss |
| AutoSimplify | 'basic' |
| Name | 'F' |
| Ts | 0 |
| TimeUnit | 'seconds' |
| InputName | 1x1 cell |
| InputUnit | 1x1 cell |
| InputGroup | 1x1 struct |
| OutputName | 1x1 cell |
| OutputUnit | 1x1 cell |
| OutputGroup | 1x1 struct |
| Notes | 0x1 string |
| UserData | [] |

```

T = feedback(L*F,1); % замкнутая, не полностью определенная система
SM = robstab(T) % коэффициенты усиления до достижения границы устойчивости робастной
СИСТЕМЫ
SM =
    struct with fields:
        LowerBound: 1.5275
        UpperBound: 1.5306
        CriticalFrequency: 268.2934
factor = SM.LowerBound; % коэффициент усиления до границы устойчивости
factor =
    1.5275
Fsafe = uscale(F,factor) % масштабирование круга до границы устойчивости
Fsafe =
    Uncertain gain/phase "F" with relative gain change in [0.181,1.75] and phase
    change of ±47.1 degrees.
DGMsafe = Fsafe.GainChange; % границы отмасштабированного круга
DGMsafe =
    0.1808    1.7531
diskmarginplot([DGM;DGMsafe])% диаграмма заданной и максимальной устойчивости
% legend('original','safe')

```

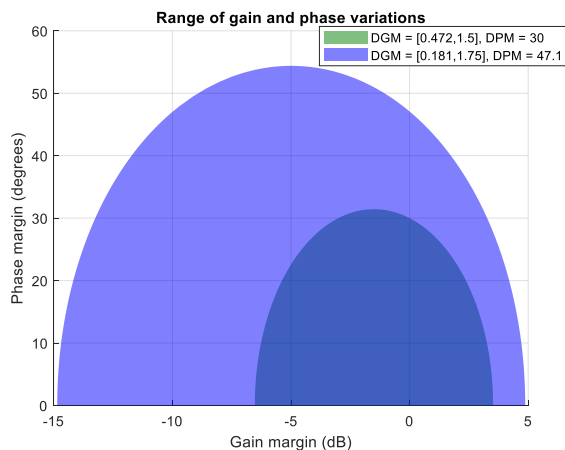


Рисунок 8. Диаграммы Disk Margin запаса устойчивости 3.5 дБ / 30 град и максимальной зоны устойчивости 4.86 дБ / 47.1 град.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1. Построение круговых диаграмм запаса устойчивости для

- Робастной системы (Рисунок 1, Рисунок 3) с номинальными параметрами,
- Робастной системы (Рисунок 1, Рисунок 3) с наихудшими параметрами
- Требуемого запаса по модулю: 10 дБ и фазе: 45 град.

1. Номинальные значения и границы неопределенных параметров.

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k', 1, 'percent', 20);
m1 = ureal('m1', 1, 'percent', 20);
m2 = ureal('m2', 1, 'percent', 20);
```

2. Робастная модель (модель с неопределенными параметрами) разомкнутой системы.

```
s = zpk('s'); % Оператор Лапласа
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2

F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток не соединенных пружиной
P = lft(F,k); % ПФ объекта: две каретки соединенные пружиной

C = 100*ss((s+1)/(0.001*s+1))^3; % корректирующее звено в форме пространства состояний

L_rob = P*C; % модель пространства состояний разомкнутой системы
```

3. Параметры диаграммы требуемых запасов по модулю и фазе.

```
% Круговая зона требуемого запаса устойчивости
Gm = db2mag(10); % Перевод дБ в абсолютные единицы
Gp = 45; % [град.]
DGM_req = getDGM(Gm,Gp,'tight');
```

4. Параметры модели с минимальным запасом устойчивости.

```
[wcDM, wcu] = wcdiskmargin(L_rob, 'siso') %  
wcu =  
    k: 1.2000  
    m1: 0.8000  
    m2: 0.8000
```

```
k = wcu.k;  
m1 = wcu.m1;  
m2 = wcu.m2;
```

5. Модель с минимальным запасом устойчивости.

```
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1  
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2
```

```
F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток без пружины  
P = lft(F,k); % ПФ объекта - двух кареток, соединенных пружиной
```

```
Lwc = P*C; % модель пространства состояний разомкнутой системы
```

ВНИМАНИЕ. Расчет L_{wc} по другому:

```
L_wc = usubs(L, wcu); % замена параметров группой wcu
```

6. Параметры круговой диаграммы модели с минимальным запасом устойчивости.

```
[Gm_Lwc, Pm_Lwc, Wcg, Wcp] = margin(Lwc);  
Gm_Lwc =  
    4.7059  
Pm_Lwc =  
    58.6149  
DGM_Lwc = getDGM(Gm_Lwc, Pm_Lwc, 'tight');  
DGM_Lwc =  
    0.2125    4.7059
```

7. Круговая диаграмма запаса устойчивости.

```
figure  
diskmarginplot([DGM_L; DGM_Lwc; DGM_req]);
```

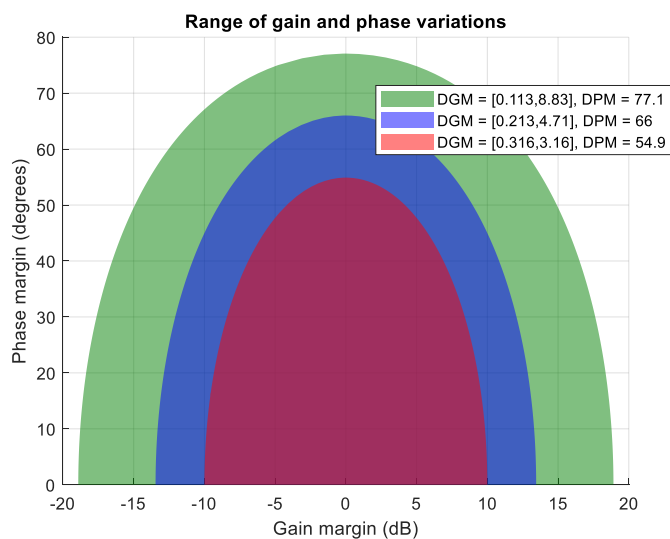


Рисунок 9. Круговые диаграммы. Требуемый запас по модулю 10 дБ, по фазе 55 град (розовое поле); запас наихудшего варианта робастной системы: 13.5 дБ и 66 град; запас

номинального варианта робастной системы: 18.9 дБ и 77 град. Запас по фазе круговой диаграммы наихудшего варианта 66 град. отличается от запаса по фазе этого же варианта, вычисленного функцией `margin`: $Pm_Lwc = 58.6149$ град. Дело в том, что при усилении $Gm > 3.5$ начинает увеличиваться Pm на круговой диаграмме.

Задание 2. Построение диаграмм запаса устойчивости робастной системы (задание 1) в частотной области.

1. Графики диаграммы запаса устойчивости в частотной области.

```
figure
wcdiskmarginplot(L_rob)
grid
```

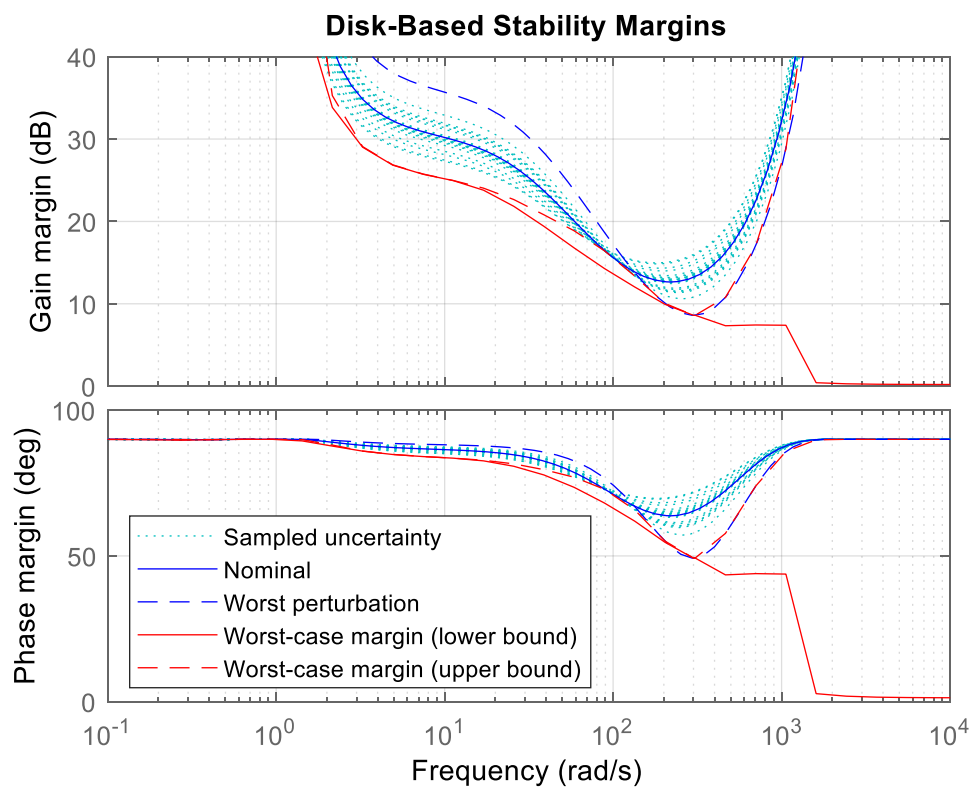


Рисунок 10. Запас устойчивости по модулю и фазе робастной системы.

2. Параметры графического объекта (Рисунок 10).

```
opts = diskmarginoptions
opts =
    FreqUnits: 'rad/s'
    FreqScale: 'log'
    MagUnits: 'dB'
    MagScale: 'linear'
    PhaseUnits: 'deg'
    ...
```

Задание 3. Расчет максимального усиления робастной системы.

1. Замкнутая робастная система

```
T_rob = feedback(L_rob,1) % замыкание разомкнутой системы L_rob отрицательной обратной связью
```

2. Амплитуда и частота максимального усиления и соответствующие значения неопределенных параметров.

```
[wsg,wcu] = wsgain(T_rob)
wsg =
    LowerBound: 1.0474
    UpperBound: 1.0499
    CriticalFrequency: 7.1209
wcu =
    k: 0.8000
    m1: 1.2000
    m2: 1.2000
```

3. Амплитудно-частотная логарифмическая характеристика (АЧЛХ) робастной системы (см. Задание 1).

```
wsgainplot(T_rob,{0.4,24}) % частотный диапазон 0.4 .. 24 рад/с
grid
```

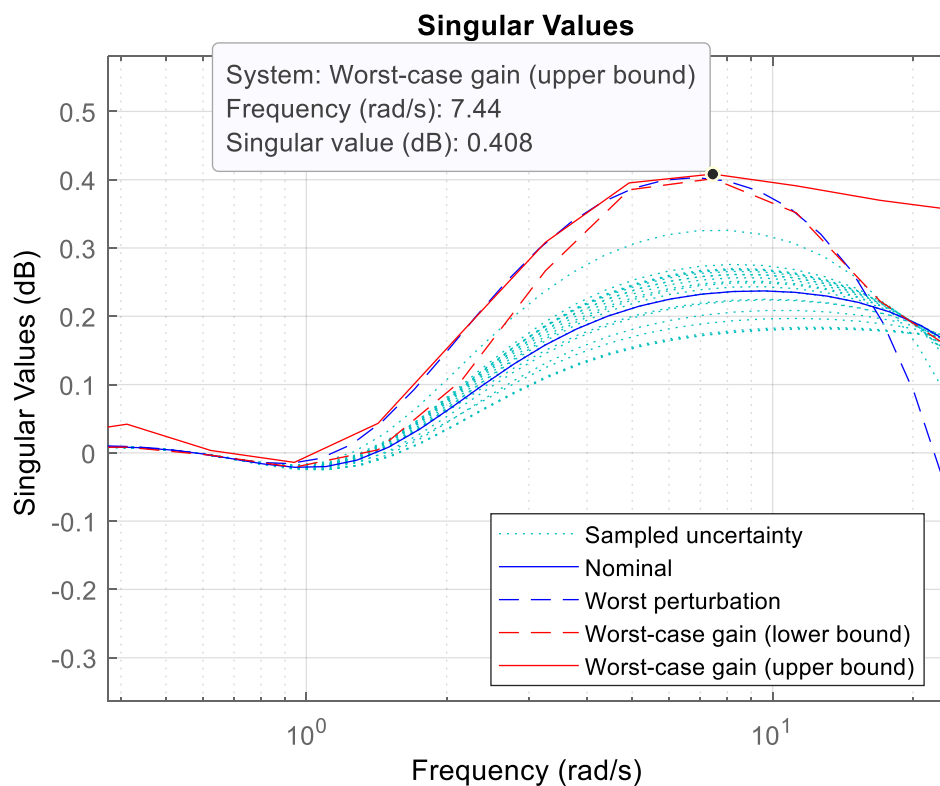


Рисунок 11. АЧХ замкнутой робастной системы в диапазоне 0.2 .. 24 рад/с. Максимальное усиление 0.408 дБ на частоте 7.44 рад/с.

4. Абсолютное значение усиления, показанное на графике АЧЛХ робастной системы в дВ.

```
db2mag(0.408)
ans =
    1.0481
```

Задание 4. Построение совместной круговой диаграммы запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграммы замкнутой системы (см. задание 1).

1. Запас по фазе наихудшего варианта разомкнутой робастной системы.

```
k = 1.2;
m1 = 0.8;
m2 = 0.8;
```

```
s = zpk('s'); % Оператор Лапласа
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2
```

```
F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток не соединенных пружиной
P = lft(F,k); % ПФ объекта - две каретки соединенные пружиной
```

```
C = 100*ss((s+1)/(0.001*s+1))^3; % корректирующее звено в форме пространства состояний
```

```
L = P*C; % модель пространства состояний разомкнутой системы
L = prescale(L, {1,1000}); % увеличение точности анализа модели пространства состояний в частотной области
```

```
S = allmargin(L)
S =
    GainMargin: 4.7059
    GMFrequency: 574.9215
    PhaseMargin: 58.6149
    PMFrequency: 178.8722
    DelayMargin: 0.0057
    DMFrequency: 178.8722
    Stable: 0
```

2. Параметры круговой диаграммы

```
Gm = S.GainMargin; % запас устойчивости по модулю
Gp = S.PhaseMargin; % запас устойчивости по фазе
```

```
DGM = getDGM(Gm,Gp,'tight'); % параметры круга запаса устойчивости
```

3. Модель замкнутой системы

```
T = feedback(L,1); % замкнутая система
```

4. Диаграмма Найквиста и круговая диаграмма запаса устойчивости

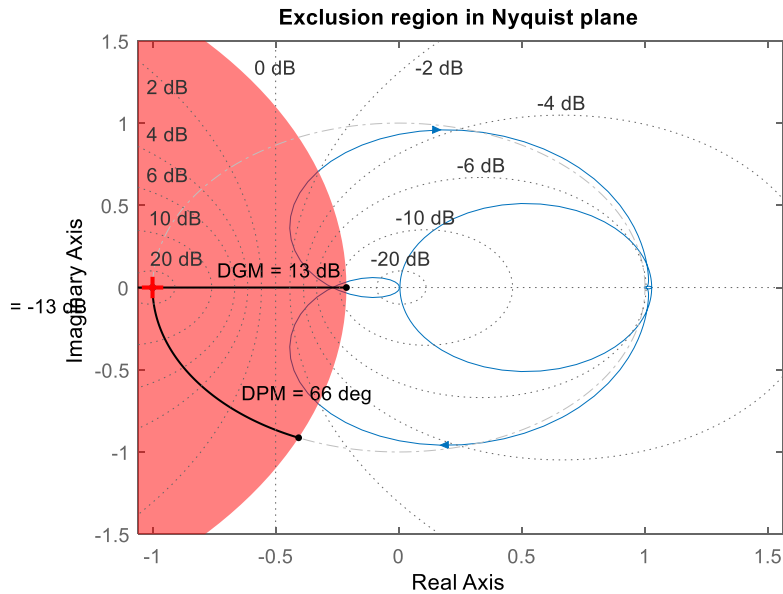


Рисунок 12. Совместная круговая диаграммы DiskMardin запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграмма замкнутой системы. Круговая диаграмма показывает запас устойчивости по модулю 13 дБ. Найквист диаграмма показывает запас устойчивости по модулю в районе 6 .. 10 дБ.

5. Постройте совместную круговую диаграмму DiskMardin для наихудшего случая (Рисунок 12) и Найквист диаграмму робастной системы (задание 1) с параметрами

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k', 1, 'percent', 20);
m1 = ureal('m1', 1, 'percent', 20);
m2 = ureal('m2', 1, 'percent', 20);
```

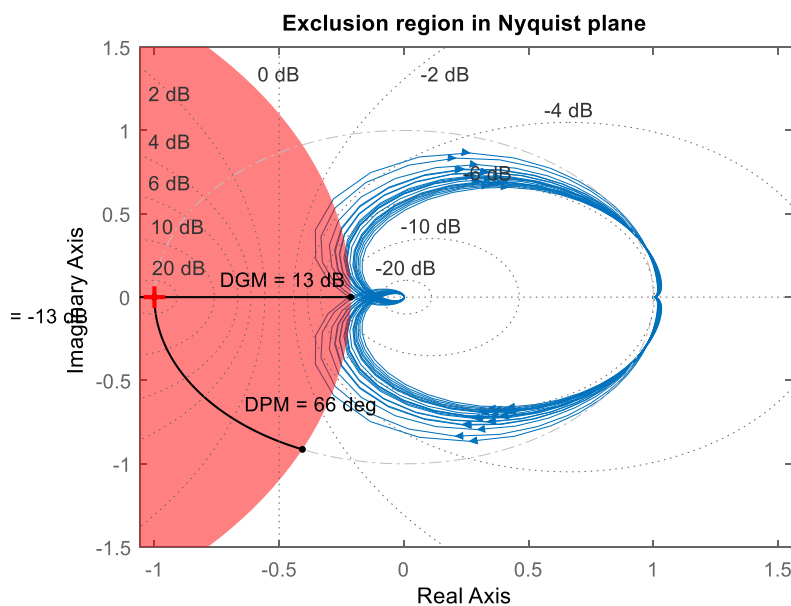


Рисунок 13. Совместная круговая диаграммы DiskMardin запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграмма замкнутой системы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем особенности робастных систем?
2. Как задаются неопределенные параметры в MATLAB?
3. Как вычислить запас по модулю и фазе робастных систем?
4. Что показывают диаграммы устойчивости?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.А.Алексеев, Д.Х.Имаев, Н.Н.Кузьмин, В.Б.Яковлев. Теория управления: Учеб./СПб.: Изд-во СПбГЭТУ “ЛЭТИ”, 1999. – 435 с.
2. Help MATLAB.
3. Nikolai Matni (Lecturer), Christopher Hsu (Scribes). Lecture 7: A Whirlwind Tour of Robust Control ESE 680-004: Learning and Control Fall 2019
4. Dr. Bob Davidov. Компьютерные технологии управления в технических системах <http://portalnp.ru/author/bobdavidov>