Dr Bob Davidov

Анализ робастных систем в MATLAB

Цель работы: познакомиться со средствами MATLAB анализа робастных систем.

Задача работы: изучить пример MATLAB построения и анализа робастной системы.

Приборы и принадлежности: персональный компьютер, интегрированная среда MATLAB.

Введение

При моделировании систем не всегда удается точно определить ее параметры структуру. В таких случаях необходимо исследовать систему, например, на устойчивость при всех возможных вариациях параметров.

В теории управления влияние малых изменений свойств элементов на свойства системы характеризуется чувствительностью систем [1]. Системы, сохраняющие при всех возможных вариациях параметров необходимый запас устойчивости, получили название робастных, а совокупность методов синтеза регулятора, обеспечивающего требуемое качество управления объекта с неопределенностями, относят к разделу Робастное управление.

В этой работе рассмотрен пример робастной системы MATLAB “Building and Manipulating Uncertain Models” [2].

Описание системы

Рассматриваемая разработанная система управления показана на (Рисунок 1). Система включает компенсатор с передаточной функцией C(s) и объект, охваченные обратной связью. Объект управления представляет собой две каретки массой m_1 и m_2 соединенные пружиной с жёсткостью k . Сила трения отсутствует.

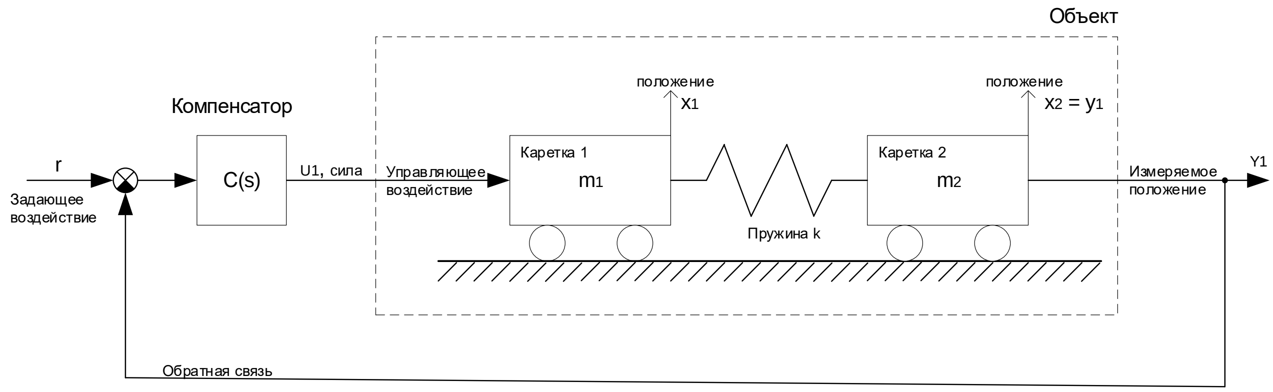


Рисунок 1. Система управления.

Управляющая сила u_1 прикладывается к левой каретке. Положение объекта y_1 измеряется по положению правой каретки x_2.

$$u_1 = C(s)(r - y_1)$$

Передаточная функция (ПФ) компенсатора:

$$\mathrm{C}(s) = \frac{100(s+1)^3}{(0.001s+1)^3} = \frac{10^{11}s^3 + 3\cdot10^{11}s^2 + 3\cdot10^{11}s + 10^{11}}{s^3 + 3\cdot10^3 s^2 + 3\cdot10^6 s + 10^9}$$

Построение модели компенсатора:

```
s = zpk('s'); % The Laplace 's' variable
C = 100*ss((s+1)/(.001*s+1))^3; % A, B, C, D модель в пространстве состояний
```

или

```
Wc_tf = 100*tf([1 1],[0.001 1])^3
      Wc_tf =
 
           100 s^3 + 300 s^2 + 300 s + 100
         -----------------------------------
         1e-09 s^3 + 3e-06 s^2 + 0.003 s + 1
```

Частотная характеристика корректирующего звена $\mathrm{C}(s)$ показана на Рисунок 2.

```
freq = logspace(-2,5,1000); % частотный диапазон от 10^-2 до 10^5 рад/с
bode(Wc_tf,freq) % АФЧХ
grid % масштабная сетка
```

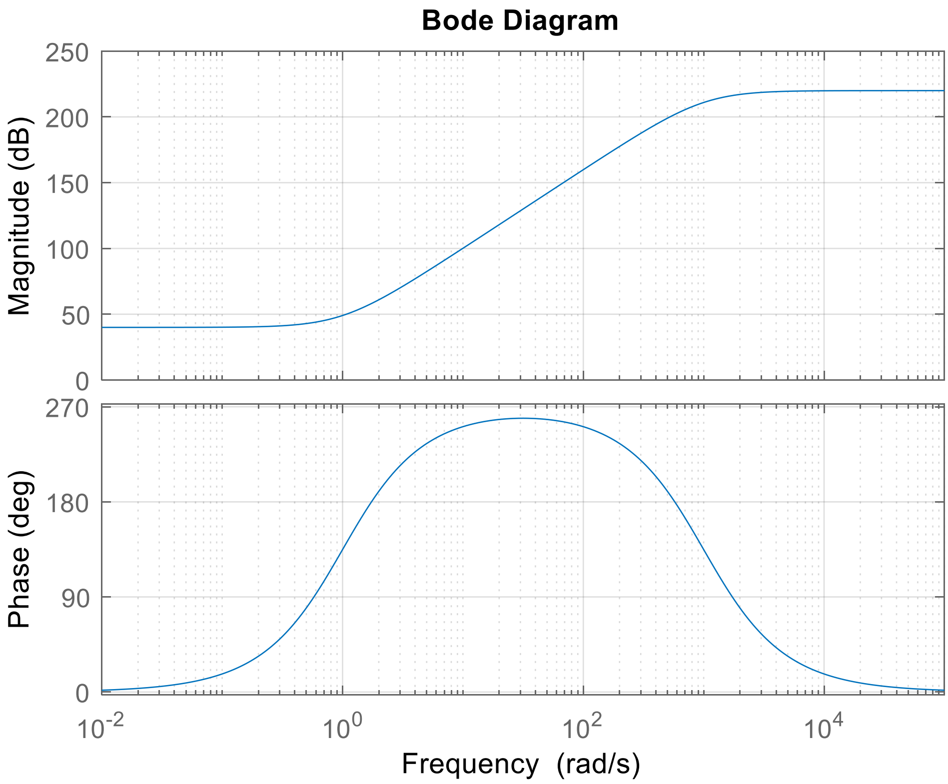


Рисунок 2. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) компенсатора.

Описание объекта

Второй закона Ньютона описывает взаимосвязь ускорения материальной точки $\vec{\alpha}$ с равнодействующей всех сил $\vec{F}$, приложенных к материальной точке:

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где m – масса материальной точки.

Скорость массы m равна интегралу от ускорения. $\frac{dx}{dt} = \int \alpha \cdot dt.$

Путь, пройденный массой m, равен двойному интегралу от ускорения $x = \iint \alpha \cdot dt \cdot dt$. В операторной форме

$$x(s) = \frac{1}{s^2}\alpha(s);$$

где s – оператор Лапласа.

Зависимость положения каретки от приложенной к каретке силы:

$$x(s) = \frac{1}{s^2}\frac{F(s)}{m}; \qquad \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} = G(s),$$

По закону Гука, сила упругости пружины $f_п$ пропорциональна изменению ее длины:

$$f_п = k \cdot \Delta x,$$

где k- жесткость (коэффициент упругости) пружины, $\Delta x = (x_1 - x_2)$ – сжатие или растяжение пружины при относительном смещении кареток.

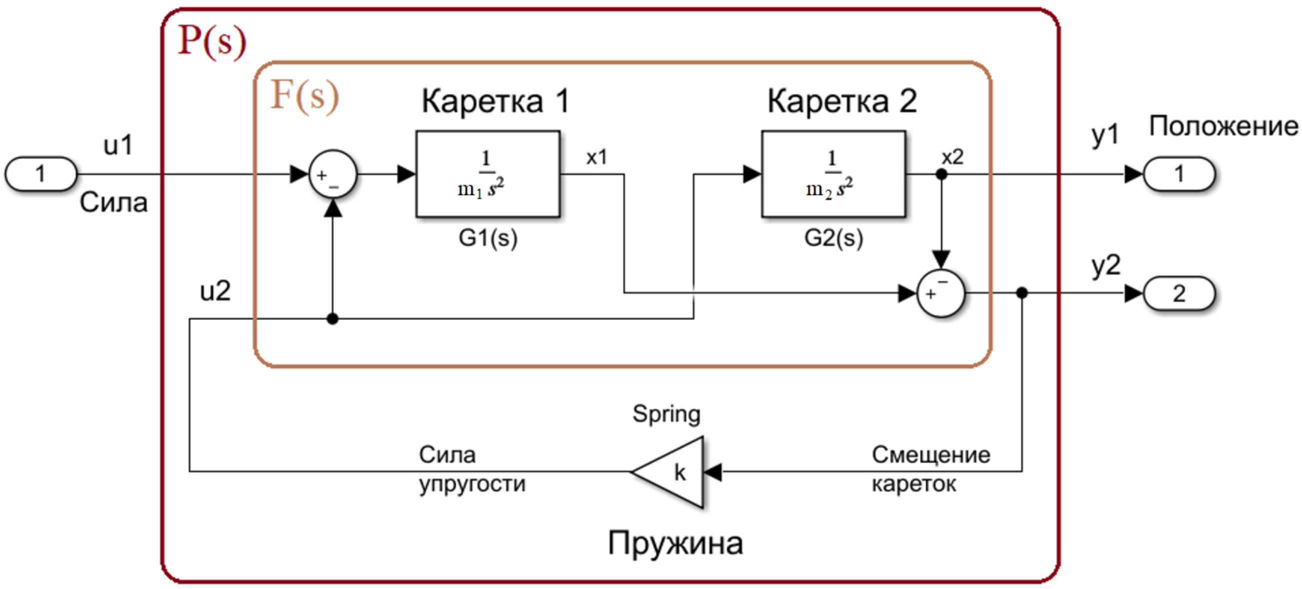


Рисунок 3. Структура объекта – две каретки, соединенные пружиной.

Обозначение неопределенных параметров в MATLAB

Команда **ureal** создает структуру неопределенной переменной, например, a = 5±20%, в следующем формате. Тип неопределенных переменных в Workspace: uss.

```
a = ureal('a',5)
Uncertain Real Parameter: Name a, NominalValue 5, variability = [-1  1]
get(a)
            Name: 'a'
    NominalValue: 5
            Mode: 'PlusMinus'
           Range: [4 6]
       PlusMinus: [-1 1]
      Percentage: [-20 20]
    AutoSimplify: 'basic'
```

В рассматриваемом примере (Рисунок 3) используются следующие неопределенные параметры.

```
k = ureal('k',1,'percent',20);
m1 = ureal('m1',1,'percent',20);
m2 = ureal('m2',1,'percent',20);
```

Передаточные функции с неопределенными параметрами

Структура передаточной функции с неопределенными параметрами содержит структуру ПФ с номинальными параметрами NominalValue и структуры неопределенных параметров Uncertainty.имя_параметра.

```
s = zpk('s'); % 's' - the Laplace variable

G1 = 1/(m1*s^2);
G2 = 1/(m2*s^2);
```

Альтернативный вариант:

```
G1 = tf(1,[m1 0 0]); % коэффициенты полинома числителя и знаменателя ПФ
G2 = tf(1,[m2 0 0])
```

Четырехполюсник F(s)

На Рисунок 3 показан четырехполюсник F(s) - модель двух кареток не соединенных пружиной. Вход четырехполюсника u(s), выход: $y(s)$:

$$y(s) = F(s) \cdot u(s),$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G_2 \\ G_1 & -G_1 - G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \qquad F(s) = \begin{bmatrix} 0 & G_2 \\ G_1 & -G_1 - G_2 \end{bmatrix}$$

Модель F(s) оформляется следующей записью.

```
F = [0; G1]*[1 -1] + [1; -1]*[0, G2]
```

Модель объекта P(s) с неопределенными параметрами

Модель объекта - соединенные пружиной две каретки, получена добавлением пружины k к F(s) модели:

```
P = lft(F,k)
```

Альтернативный вариант:

```
feedin = 2; % подключаемый вход
feedout = 2; % подключаемый выход
P = feedback(F,k,feedin,feedout,1)
% Преобразование 4-х полюсника в 2-х полюсник
P = P([1],[1]) % оставить первый выход и первый вход, остальные удалить
```

Выделение номинальных параметров объекта

```
Pnom = zpk(P.nominal)
      Pnom =
             1
        -------------
        s^2 (s^2 + 2)
```

ПФ разомкнутого контура с неопределенными параметрами

```
L = P*C
      L =

        Uncertain continuous-time state-space model with 1 outputs, 1 inputs, 7
      states.
        The model uncertainty consists of the following blocks:
          k: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences
          m1: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences
          m2: Uncertain real, nominal = 1, variability = [-20,20]%, 1 occurrences

      Type "L.NominalValue" to see the nominal value, "get(L)" to see all
      properties, and "L.Uncertainty" to interact with the uncertain elements.
```

ПФ замкнутого контура

```
T = feedback(L,1) % замыкание канала L = P*C отрицательной обратной связью
```

Определение устойчивости системы по корням характеристического полинома

```
Tnom = zpk(T.nominal); % ПФ номинальной системы управления
```

$$T_{nom} = \frac{10^{11}(s + 0.9964)(s^2 + 2.004s + 1.004)}{(s + 331.1)(s + 175.1)(s + 1.437)(s^2 + 1.646s + 0.7177)(s^2 + 2491s + 1.672 \cdot 10^6)}$$

Выделение максимальной действительной части корней характеристического полинома:

```
maxrealpole = max(real(pole(Tnom)))

      maxrealpole =

         -0.8232
```

ВЫВОД. Система управления с номинальными параметрами устойчива, поскольку действительные части ее корней отрицательны.

Запас устойчивости робастной системы

```
% [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(L) % запас системы по модулю и фазе
margin(L) % построение АФЧХ разомкнутой системы
```

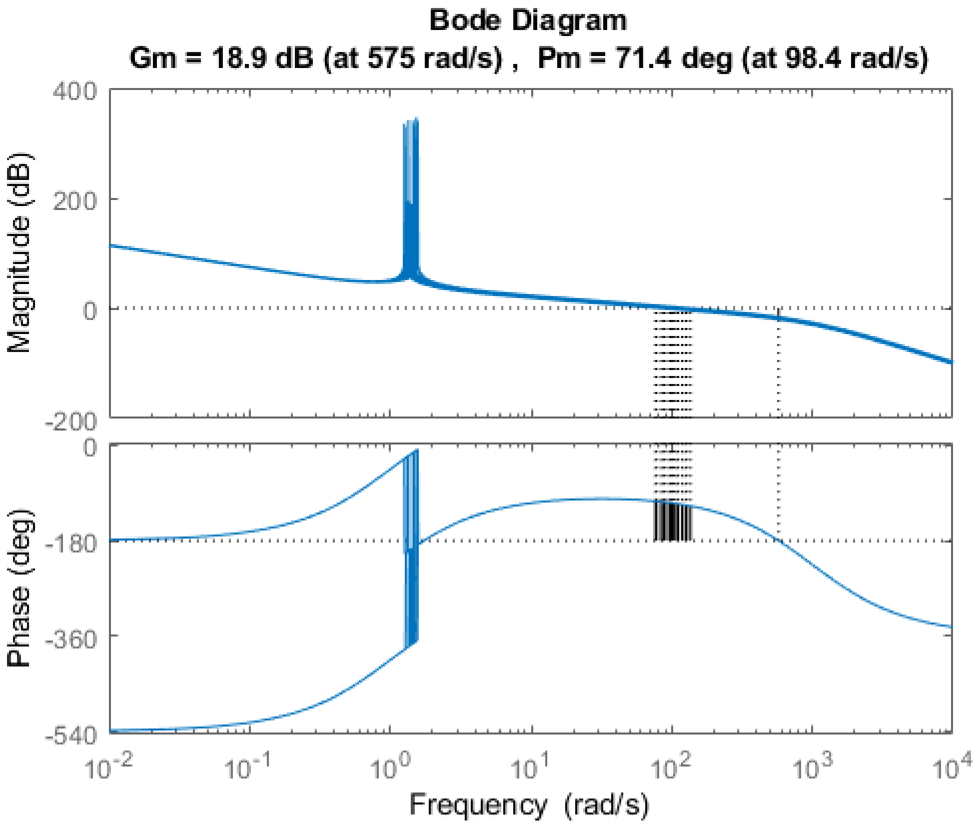


Рисунок 4. Запас по модулю и фазе разомкнутой робастной системы с параметрами в границах неопределенности. Запас по модулю системы с номинальными параметрами Gm = 8.8265; запас по фазе Pm = 71.3641.

Чувствительность робастной системы

```
opt = robOptions('Display','on','Sensitivity','on'); % формирование опций для робастного анализа
        opt =
          robAnalysis with properties:
                       Display: 'on'
                 VaryFrequency: 'off'
                   Sensitivity: 'on'
            SensitivityPercent: 25
                  MussvOptions: ''

[StabilityMargin,wcu] = robstab(T,opt) % зона стабильности замкнутой робастной системы

        System is robustly stable for the modeled uncertainty.
         -- It can tolerate up to 288% of the modeled uncertainty.
         -- There is a destabilizing perturbation amounting to 289% of the modeled uncertainty.
         -- This perturbation causes an instability at the frequency 575 rad/seconds.
         -- Sensitivity with respect to each uncertain element is:
              12% for k. Increasing k by 25% decreases the margin by 3%.
              47% for m1. Increasing m1 by 25% decreases the margin by 11.8%.
              47% for m2. Increasing m2 by 25% decreases the margin by 11.8%.
```

Пояснения к сообщению выше:

Робастная система устойчива при смоделированной неопределенности.
-- **допускается увеличение неопределенности (разброса) каждого параметра** на 288% **(в примере: с 20% до 57.73%, на 288% = 100%*57.73/20) при сохранении устойчивости**

```
-- выход модели за границу устойчивости возникает при увеличении неопределенности на 289%
-- частота перехода фазовой характеристики через линию -π : 575 рад/сек.
Чувствительность изменения запаса по модулю к изменению каждого неопределенного параметра:
12% - доля k (12%+44%+44%)в уменьшении запаса по модулю при равном изменении всех неопределенных параметров. Увеличение k на 25% уменьшает запас на 3%.
47% - доля m1. Увеличение m1 на 25% уменьшает запас на 11,8%.
47% - доля m2. Увеличение m2 на 25% уменьшает запас на 11,8%.
Изменение запаса имеет минимальную чувствительность к изменению k (как 12:47) в сравнении с чувствительностью к изменению m1 и m2.


StabilityMargin =
  struct with fields:
          LowerBound: 2.8827
          UpperBound: 2.8864
   CriticalFrequency: 575.0339

          LowerBound  - Коэффициент возможного увеличения границы неопределенности параметров
                    при которых система находится вблизи границе устойчивости, но все еще
                    устойчива.

          UpperBound - Коэффициент увеличение неопределенности параметров до значений при
                    которых система неустойчива хотя и находится вблизи границе устойчивости.
          CriticalFrequency - частота, при которой запас устойчивости по фазе является
                    наименьшим, фазовая характеристика пересекает линию -pi.

wcu = % значения параметров системы на границе устойчивости
  struct with fields:
     k: 1.5773  % ≡ 1 ± 57.73%, неопределенность относительно 1 - заданного номинального значения
    m1: 0.4227  % ≡ 1 ± 57.73%
    m2: 0.4227  % ≡ 1 ± 57.73%
```

ВНИМАНИЕ. Граница устойчивости робастной системы найдена путем изменения неопределенных параметров k, m1 и m2 *на равную величину* в сторону уменьшения запаса устойчивости по модулю (k увеличили до `1.5773` , m1 и m2 уменьшили до `0.4227`).

Зависимость запаса по модулю Gm и фазе Pm от вариации параметров k, m1, m2 представлена в

Вариации запаса устойчивости при изменении параметров

Изменения запаса устойчивости по модулю Gm и амплитуде Pm рассматриваемой робастной системы при случайных и заданных параметрах системы показано в Таблица 1.

Таблица 1.

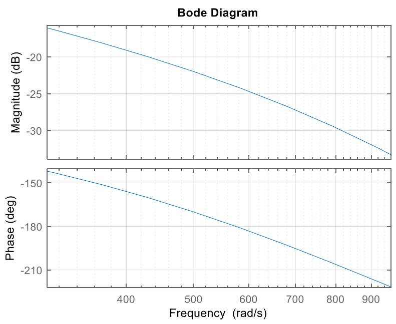
```
Lrand = usample(L,4);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(Lrand(:,:,1,1)) % запас устойчивости 1-й модели
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(Lrand(:,:,4,1)) % запас устойчивости 4-й модели
```

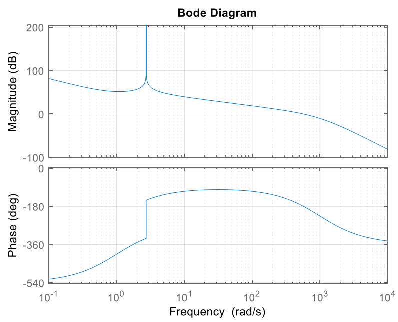
Вариации запаса устойчивости при изменении параметров

Изменения запаса устойчивости по модулю Gm и амплитуде Pm рассматриваемой робастной системы при случайных и заданных параметрах системы показано в Таблица 1.

Таблица 1. Запас по модулю и фазе робастной системы T.

Модель	**Разомкнутая система**	
	Gm, [абсолютные единицы]	**Pm, [град]**
Lrand(:,:,1,1) разомкнутая система при случайных значениях параметров в диапазоне неопределенности	8.4072	70.6335
Lrand(:,:,2,1)	9.1471	71.8749

Lrand(:,:,3,1)	8.4025	70.6246
Lrand(:,:,4,1)	9.5152	72.4162
`L.Nominal` `k=1.0; m1=1.0; m2=1.0;`	8.8265	71.3641
`k=0.8; m1=0.8; m2=0.8;`	7.0612	67.6803
`k=0.8; m1=1.2; m2=1.2;`	15.8878 = 24 дБ  Наибольший запас	77.3903
`k=1.2; m1=1.2; m2=1.2;`	10.5919	73.7634
`k=1.2; m1=0.8; m2=0.8;`	4.7059	58.6149

`k =1.5773;`
`m1 =0.4227;`
`m2 =0.4227;`
	0.9996 = 0dB
	
	
	Система на границе устойчивости
		0.0168

Примеры формирования наборов параметров робастных систем

- Неопределенные параметры

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k',1,'percent',20);
m1 = ureal('m1',1,'percent',20);
```

- Система с номинальными параметрами

```
L.Nominal
```

- Выбор значений наихудших набор параметров (wcu)

```
[wcDM,wcu] = wcdiskmargin(L,'siso'); %
```

- Системы со случайным набором параметров в зонах неопределенности

```
L_rand = usample(L,4); % четыре системы L_rand
```

- Подстановка `wcu` набора параметров (замена параметров)

```
L_wc = usubs(L,wcu);
```

Динамика робастной системы

```
Twc = usubs(T,wcu); % замена параметров на wcu группу, при которой система находится на границе устойчивости
Trand = usample(T,4); % 4 образца ss модели, выбранные случайным образом
% Построение графиков
clf
subplot(211), bodemag(Trand,'b',Twc,'r',{10 1000});  % графики АФЧХ
subplot(212),  step(Trand,'b',Twc,'r',0.2);  % графики реакции на единичное ступенчатое воздействие
```

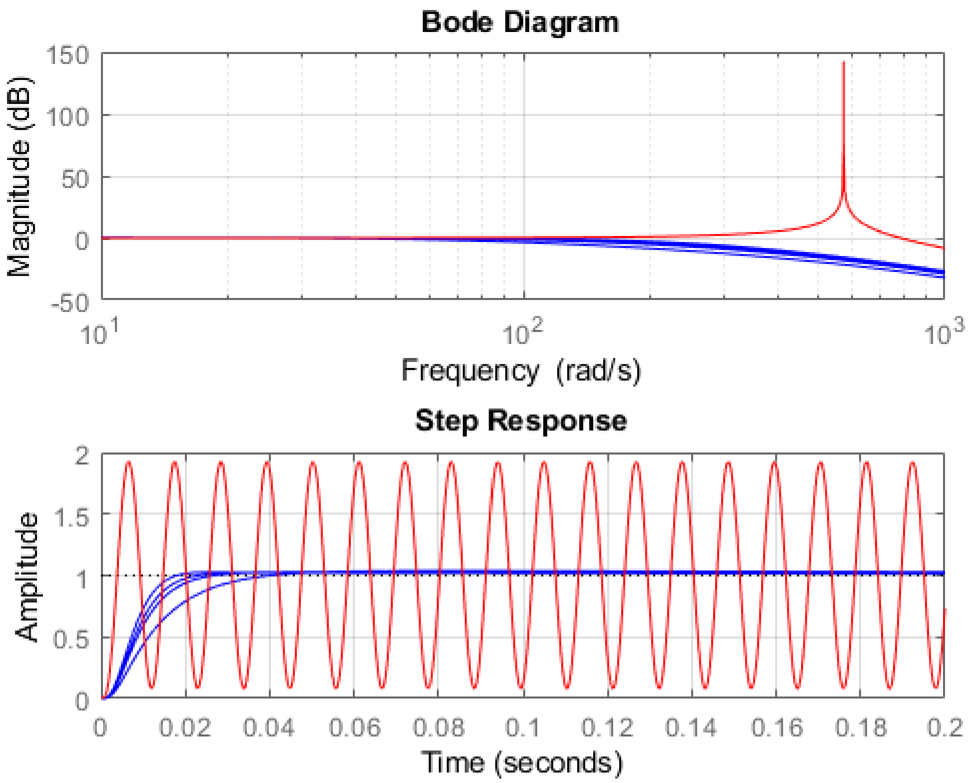


Рисунок 5. АЧХ (вверху) и реакция на ступенчатое воздействие (внизу) робастной системы. Четыре характеристики робастной системы с параметрами в 20% зоне неопределенности заданные случайным образом (синие графики), система с критическими параметрами **wcu** на границе устойчивости (красные графики). Частота резонансного пика: 575 рад/сек.

```
% wcsigmaplot(T,{.1,100}) % (модель, диапазон частот)
wcsigmaplot(T)
```

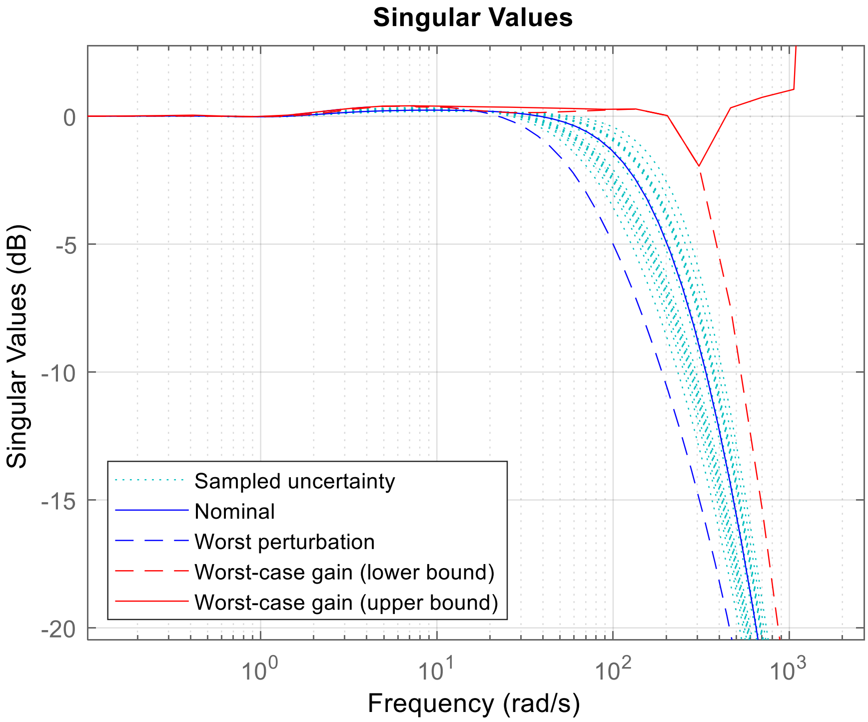


Рисунок 6. Амплитудно-частотная характеристика замкнутой робастной системы с параметрами: номинальными (сплошная синяя линия); неопределенными (зеленые точки) в границах (штриховые линии) неопределенности; на границе устойчивости.

Построение зоны запаса устойчивости (Disk Margin)

Величина запаса устойчивости по фазе обычно лежит в пределах 30 .. 60º [1, 128]. Запас по модулю в логарифмическом масштабе обычно лежит в пределах 6 .. 20 дБ (усиление в 2 .. 10 раз).

Требуемый запас устойчивости и его значение относительно устойчивости системы удобно задавать круговыми диаграммами запаса устойчивости “Disk Margin” (Рисунок 7, Рисунок 8, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**).

Параметры диаграмм задаются командами `getDGM`, `getDPM`, `diskmargin`, `diskmarginplot`.

Команда `getDGM` принимает значение запаса по модулю `Gm` (в абсолютных единицах – правая точка круга) и запаса по фазе `Gp` в градусах

```
DGM = getDGM(Gm,Gp,'tight')
```

Значения Gm и Gp можно задавать границами диапазонов.

Последовательность вычисления границы круга запаса устойчивости для `Gm` = 1.5 и `Gp=30º`, показана на Рисунок 7 зеленым. Она включает следующие шаги.

- На горизонтальной оси откладывается запас по модулю Gm (точка 1) в абсолютных единицах.
- Вычисляется tg(Gp), значение которого откладывается по вертикали проходящей из точки пересечения с единичным кругом (точка 3).
- Строится окружность, проходящая через точки 1 и 3
- Пересечение окружности с горизонтальной осью в точке 4 дает минимальное значение gmin вектора DGM = [0.4717 1.5000] команды `DGM = getDGM(1.5,30,'tight')`

Положение точек пересечения окружности с горизонтальной осью однозначно связано с величиной запаса по фазе (высоту круга). Для рассматриваемого примера (`Gp=30°`):

```
DGM = [0.4717    1.5000]
DPM = getDPM(DGM)
        DPM =
          -29.9996   29.9996
```

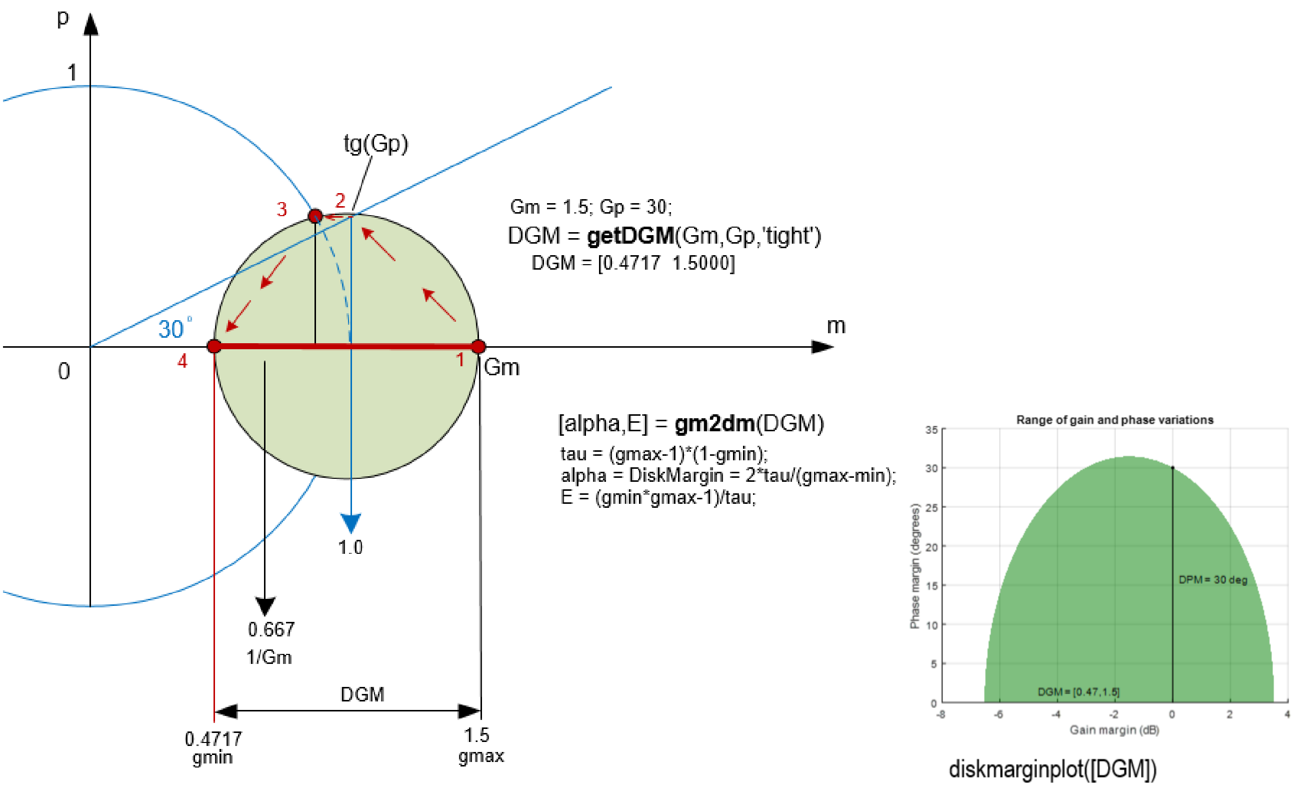


Рисунок 7. Построение круговой диаграммы Disk Margin для Gm = 1.5 (3.52 дБ) и Gp = 30 градусов, gmin = 0.4717, gmax = 1.5. Disk Margin приблизительно равен радиусу круга. Точное вычисление Disk Margin = alpha и эксцентриситета E показано на рисунке. Запас по модулю равен 3.18 (как 1.5/0.4717) или 10 дБ (как mag2db(1.5 / 0.4717))

Программа построения круговой диаграммы требуемого запаса 10 дБ / 60 град и круговой диаграммы всей зоны устойчивости (Рисунок 8):

```
DGM = [0.4717    1.5000];
F = umargin('F',DGM) % структура круга запаса устойчивости (неопределенность)
      F =
        Uncertain gain/phase "F" with relative gain change in [0.472,1.5] and phase
      change of ±30 degrees.
```

F

1x1 umargin

Property	Value
GainChange	[0.4717,1.5000]
PhaseChange	[-29.9996,29.9996]
DiskMargin	0.5138
Eccentricity	-1.1071
SampleStateDime...	3
SampleMaxFrequ...	Inf
NominalValue	1x1 ss
AutoSimplify	'basic'
Name	'F'
Ts	0
TimeUnit	'seconds'
InputName	1x1 cell
InputUnit	1x1 cell
InputGroup	1x1 struct
OutputName	1x1 cell
OutputUnit	1x1 cell
OutputGroup	1x1 struct
Notes	0x1 string
UserData	[]

```
T = feedback(L*F,1); % замкнутая, не полностью определенная система
SM = robstab(T) % коэффициенты усиления до достижения границы устойчивости робастной системы
```

```
SM =

  struct with fields:

           LowerBound: 1.5275
           UpperBound: 1.5306
    CriticalFrequency: 268.2934
```

```
factor = SM.LowerBound; % коэффициент усиления до границы устойчивости
```

```
factor =

    1.5275
```

```
Fsafe = uscale(F,factor) % масштабирование круга до границы устойчивости
```

```
Fsafe =

  Uncertain gain/phase "F" with relative gain change in [0.181,1.75] and phase change of ±47.1 degrees.
```

```
DGMsafe = Fsafe.GainChange; % границы отмасштабированного круга
```

```
DGMsafe =

    0.1808    1.7531
```

```
diskmarginplot([DGM;DGMsafe]) % диаграмма заданной и максимальной устойчивости
% legend('original','safe')
```

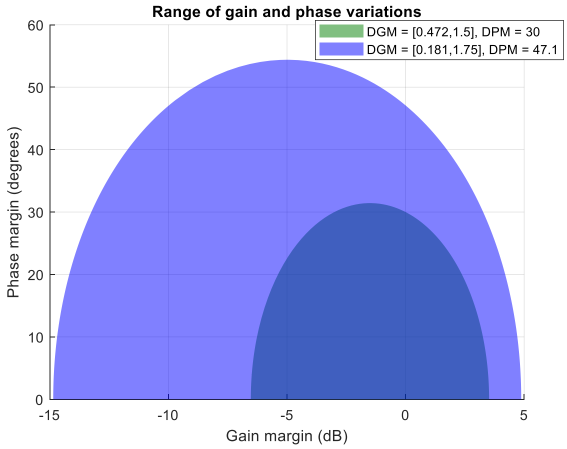


Рисунок 8. Диаграммы Disk Margin запаса устойчивости 3.5 дБ / 30 град и максимальной зоны устойчивости 4.86 дБ / 47.1 град.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1. Построение круговых диаграмм запаса устойчивости для

- Робастной системы (Рисунок 1, Рисунок 3) с номинальными параметрами,
- Робастной системы (Рисунок 1, Рисунок 3) с наихудшими параметрами
- Требуемого запаса по модулю: 10 дБ и фазе: 45 град.

1. Номинальные значения и границы неопределенных параметров.

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k',1,'percent',20);
m1 = ureal('m1',1,'percent',20);
m2 = ureal('m2',1,'percent',20);
```

2. Робастная модель (модель с неопределенными параметрами) разомкнутой системы.

```
s = zpk('s'); % Оператор Лапласа
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2

F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток не соединенных пружиной
P = lft(F,k);  % ПФ объекта: две каретки соединенные пружиной

C = 100*ss((s+1)/(.001*s+1))^3; % корректирующее звено в форме пространства
состояний

L_rob = P*C;  % модель пространства состояний разомкнутой системы
```

3. Параметры диаграммы требуемых запасов по модулю и фазе.

```
% Круговая зона требуемого запаса устойчивости
Gm = db2mag(10); % Перевод дБ в абсолютные единицы
Gp = 45; % [град.]
DGM_req = getDGM(Gm,Gp,'tight');
```

4. Параметры модели с минимальным запасом устойчивости.

```
[wcDM,wcu] = wcdiskmargin(L_rob,'siso') %
   wcu =
        k: 1.2000
       m1: 0.8000
       m2: 0.8000

k = wcu.k;
m1 = wcu.m1;
m2 = wcu.m2;
```

5. Модель с минимальным запасом устойчивости.

```
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2

F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток без пружины
P = lft(F,k);  % ПФ объекта - двух кареток, соединенных пружиной

Lwc = P*C; % модель пространства состояний разомкнутой системы
```

ВНИМАНИЕ. Расчет `Lwc` по другому:

```
L_wc = usubs(L,wcu); % замена параметров группой wcu
```

6. Параметры круговой диаграммы модели с минимальным запасом устойчивости.

```
[Gm_Lwc,Pm_Lwc,Wcg,Wcp] = margin(Lwc);
   Gm_Lwc =
       4.7059
   Pm_Lwc =
      58.6149
DGM_Lwc = getDGM(Gm_Lwc,Pm_Lwc,'tight');
   DGM_Lwc =
       0.2125    4.7059
```

7. Круговая диаграмма запаса устойчивости.

```
figure
diskmarginplot([DGM_L; DGM_Lwc; DGM_req]);
```

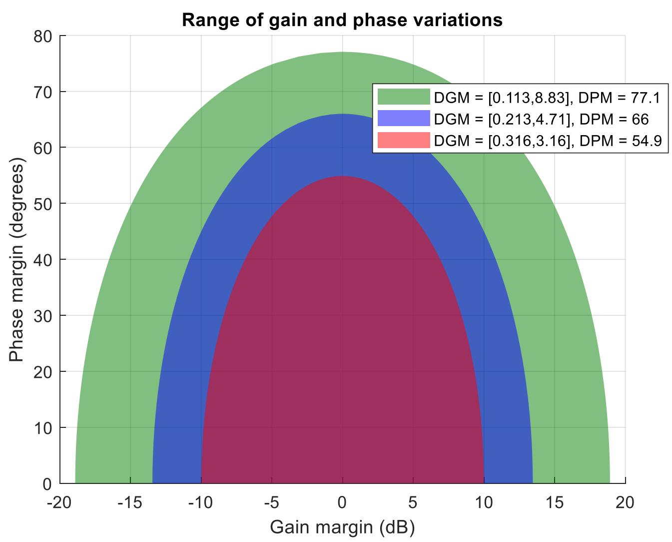


Рисунок 9. Круговые диаграммы. Требуемый запас по модулю 10 дБ, по фазе 55 град (розовое поле); запас наихудшего варианта робастной системы: 13.5 дБ и 66 град; запас

номинального варианта робастной системы: 18.9 дБ и 77 град. Запас по фазе круговой диаграммы наихудшего варианта 66 град. отличается от запаса по фазе этого же варианта, вычисленного функцией margin: `Pm_Lwc = 58.6149` град. Дело в том, что при усилении Gm > 3.5 начинает увеличиваться Pm на круговой диаграмме.

Задание 2. Построение диаграмм запаса устойчивости робастной системы (задание 1) в частотной области.

1. Графики диаграммы запаса устойчивости в частотной области.

```
figure
wcdiskmarginplot(L_rob)
grid
```

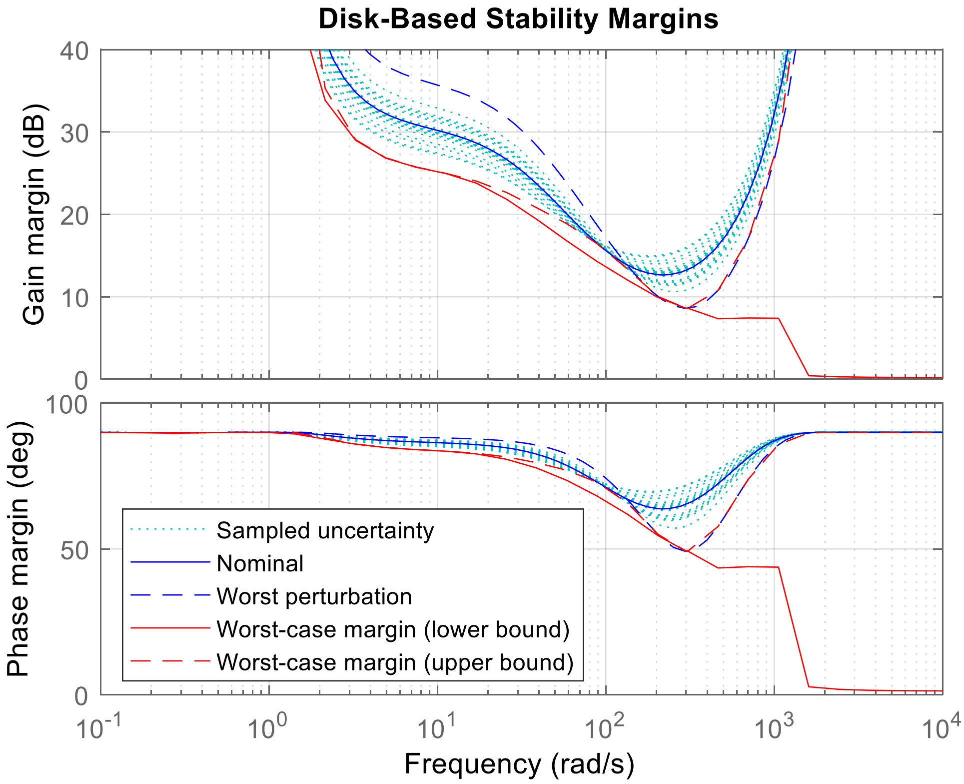


Рисунок 10. Запас устойчивости по модулю и фазе робастной системы.

2. Параметры графического объекта (Рисунок 10).

```
opts = diskmarginoptions
      opts =
              FreqUnits: 'rad/s'
              FreqScale: 'log'
               MagUnits: 'dB'
               MagScale: 'linear'
             PhaseUnits: 'deg'
             …
```

Задание 3. Расчет максимального усиления робастной системы.

1. Замкнутая робастная система

```
T_rob = feedback(L_rob,1) % замыкание разомкнутой системы L_rob отрицательной
обратной связью
```

2. Амплитуда и частота максимального усиления и соответствующие значения неопределенных параметров.

```
[wcg,wcu] = wcgain(T_rob)
      wcg =
                  LowerBound: 1.0474
                  UpperBound: 1.0499
            CriticalFrequency: 7.1209
      wcu =
             k: 0.8000
            m1: 1.2000
            m2: 1.2000
```

3. Амплитудно-частотная логарифмическая характеристика (АЧЛХ) робастной системы (см. Задание 1).

```
wcgainplot(T_rob,{0.4,24}) % частотный диапазон 0.4 .. 24 рад/с
grid
```

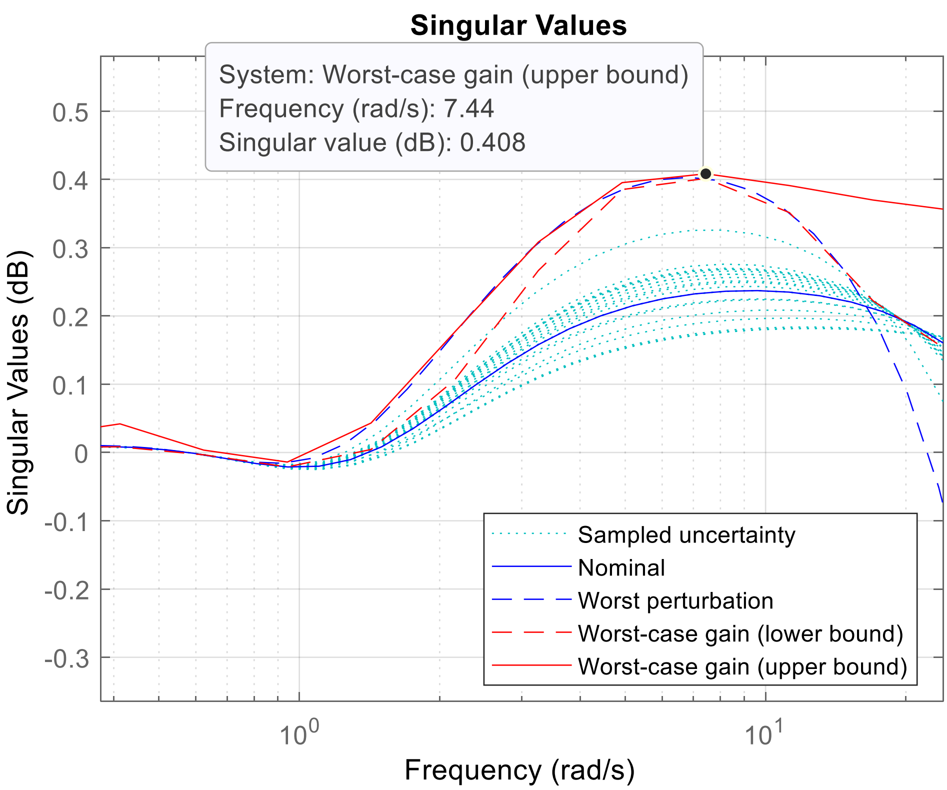


Рисунок 11. АЧХ замкнутой робастной системы в диапазоне 0.2 .. 24 рад/с. Максимальное усиление 0.408 дБ на частоте 7.44 рад/с.

4. Абсолютное значение усиления, показанное на графике АЧЛХ робастной системы в dB.

```
db2mag(0.408)
ans =
    1.0481
```

Задание 4. Построение совместной круговой диаграммы запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграммы замкнутой системы (см. задание 1).

1. Запас по фазе наихудшего варианта разомкнутой робастной системы.

```
k = 1.2;
m1 = 0.8;
m2 = 0.8;

s = zpk('s'); % Оператор Лапласа
G1 = 1/(m1*s^2); % ПФ каретки 1
G2 = 1/(m2*s^2); % ПФ каретки 2

F = [0;G1]*[1 -1]+[1;-1]*[0,G2]; % ПФ блока кареток не соединенных пружиной
P = lft(F,k);  % ПФ объекта - две каретки соединенные пружиной

C = 100*ss((s+1)/(.001*s+1))^3; % корректирующее звено в форме пространства
состояний

L = P*C; % модель пространства состояний разомкнутой системы
L = prescale(L,{1,1000}); % увеличение точности анализа модели пространства
состояний в частотной области

S = allmargin(L)
   S =
        GainMargin: 4.7059
       GMFrequency: 574.9215
       PhaseMargin: 58.6149
       PMFrequency: 178.8722
       DelayMargin: 0.0057
       DMFrequency: 178.8722
            Stable: 0
```

2. Параметры круговой диаграммы

```
Gm = S.GainMargin; % запас устойчивости по модулю
Gp = S.PhaseMargin; % запас устойчивости по фазе

DGM = getDGM(Gm,Gp,'tight'); % параметры круга запаса устойчивости
```

3. Модель замкнутой системы

```
T = feedback(L,1); % замкнутая система
```

4. Диаграмма Найквиста и круговая диаграмма запаса устойчивости

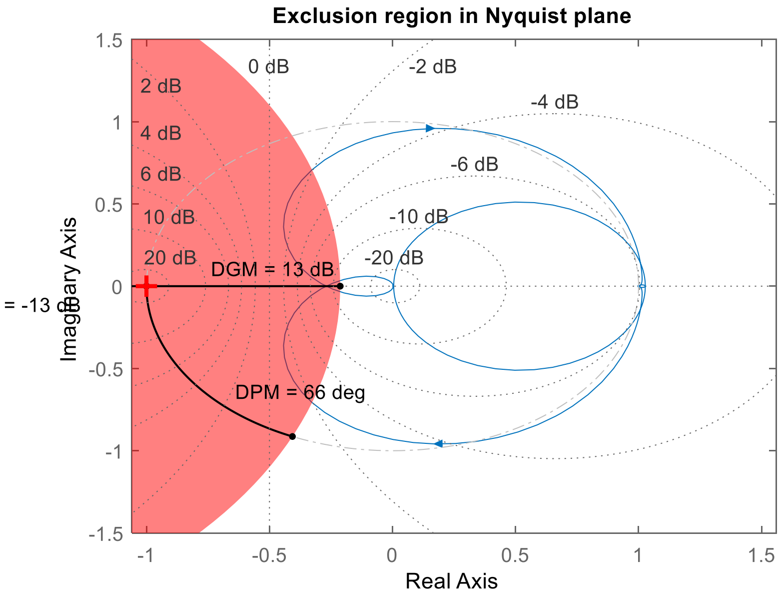


Рисунок 12. Совместная круговая диаграммы DiskMardin запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграмма замкнутой системы. Круговая диаграмма показывает запас устойчивости по модулю 13 дБ. Найквист диаграмма показывает запас устойчивости по модулю в районе 6 .. 10 дБ.

5. Постройте совместную круговую диаграмму DiskMardin для наихудшего случая (Рисунок 12) и Найквист диаграмму робастной системы (задание 1) с параметрами

```
% Неопределенные параметры == 1+/-20%
k = ureal('k',1,'percent',20);
m1 = ureal('m1',1,'percent',20);
m2 = ureal('m2',1,'percent',20);
```

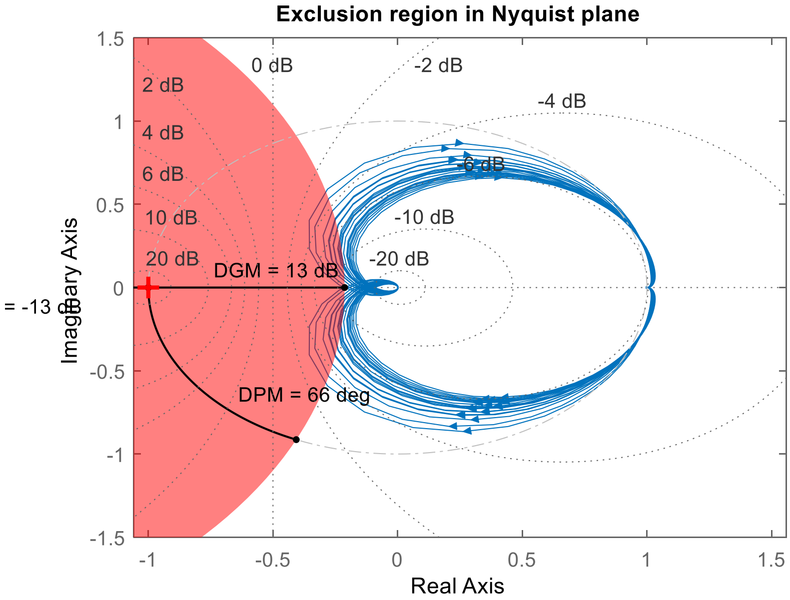


Рисунок 13. Совместная круговая диаграммы DiskMardin запаса устойчивости разомкнутой системы и Найквист диаграмма замкнутой системы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем особенности робастных систем?
2. Как задаются неопределенные параметры в MATLAB?
3. Как вычислить запас по модулю и фазе робастных систем?
4. Что показывают диаграммы устойчивости?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.А.Алексеев, Д.Х.Имаев, Н.Н.Кузьмин, В.Б.Яковлев. Теория управления: Учеб./СПб.: Изд-во СПбГЭТУ “ЛЭТИ”, 1999. – 435 с.
2. Help MATLAB.
3. Nikolai Matni (Lecturer), Christopher Hsu (Scribes). Lecture 7: A Whirlwind Tour of Robust Control ESE 680-004: Learning and Control Fall 2019
4. Dr. Bob Davidov. Компьютерные технологии управления в технических системах http://portalnp.ru/author/bobdavidov