Теория определения координат точки, находящейся в пространстве 5- и 7-мерной произвольно-угольной системы координат

1. Определение координат точки в 5-мерном пространстве

В уже известной работе данного автора “Реальная многомерная произвольно-угольная система координат” (optimat.ucoz.ru) вопросу определения координат точки, находящейся в пространстве названной системы координат, уделено внимание недостаточное. Поэтому данная статья и предназначена для устранения этого пробела. Она, к тому же, является весомым дополнением к выше упомянутой работе.

Текст данной статьи состоит, в основном, из рисунков и коротких комментариев к ним. Начертание рисунков предполагает совместное использование как аксонометрии, так и планиметрии. Но в отдельных случаях, когда это возможно без ущерба объективности восприятия рисунка применена лишь более простая планиметрия.

Следует также учитывать и то, что по правилам тригонометрии невидимые линии принято изображать штриховыми. Но, учитывая то, что на столь специфических рисунках важнее, чтобы координаты выглядели однозначно, приходится этим правилом пренебречь.

В каркасах рисунков некоторых размерностей для большей наглядности отсутствуют необязательные или незначащие их элементы.

Определение координат точки в 5-мерном пространстве произвольно-угольной системы координат отличается, естественно, от их определения в пространстве системы координат прямоугольной трёхмерной. Но параллельно-плоскостной подход сохраняется и здесь. Добавлю, что здесь определение координат точки в пространстве произвольно-угольной многомерной системы координат осуществляется на фоне того факта, что они, координаты, проверяются на предмет того, отвечают ли они требованиям уравнения прямой (по двум известным точкам), проходящей через данную точку $\boldsymbol{A}$, потому и сама данная методика определения приобретает статус несомненности.

Примечание: число 5 (5-мерная …) относится к классу простых чисел. Может быть это обстоятельство является одной из причин простоты определения координат точки в пространстве 5-мерной произвольно-угольной системы координат.

Пример:

Дана 5-мерная произвольно-угольная система координат (в планиметрии), и в ней – произвольная точка $\boldsymbol{A}$, координаты которой требуется определить (рис.1)

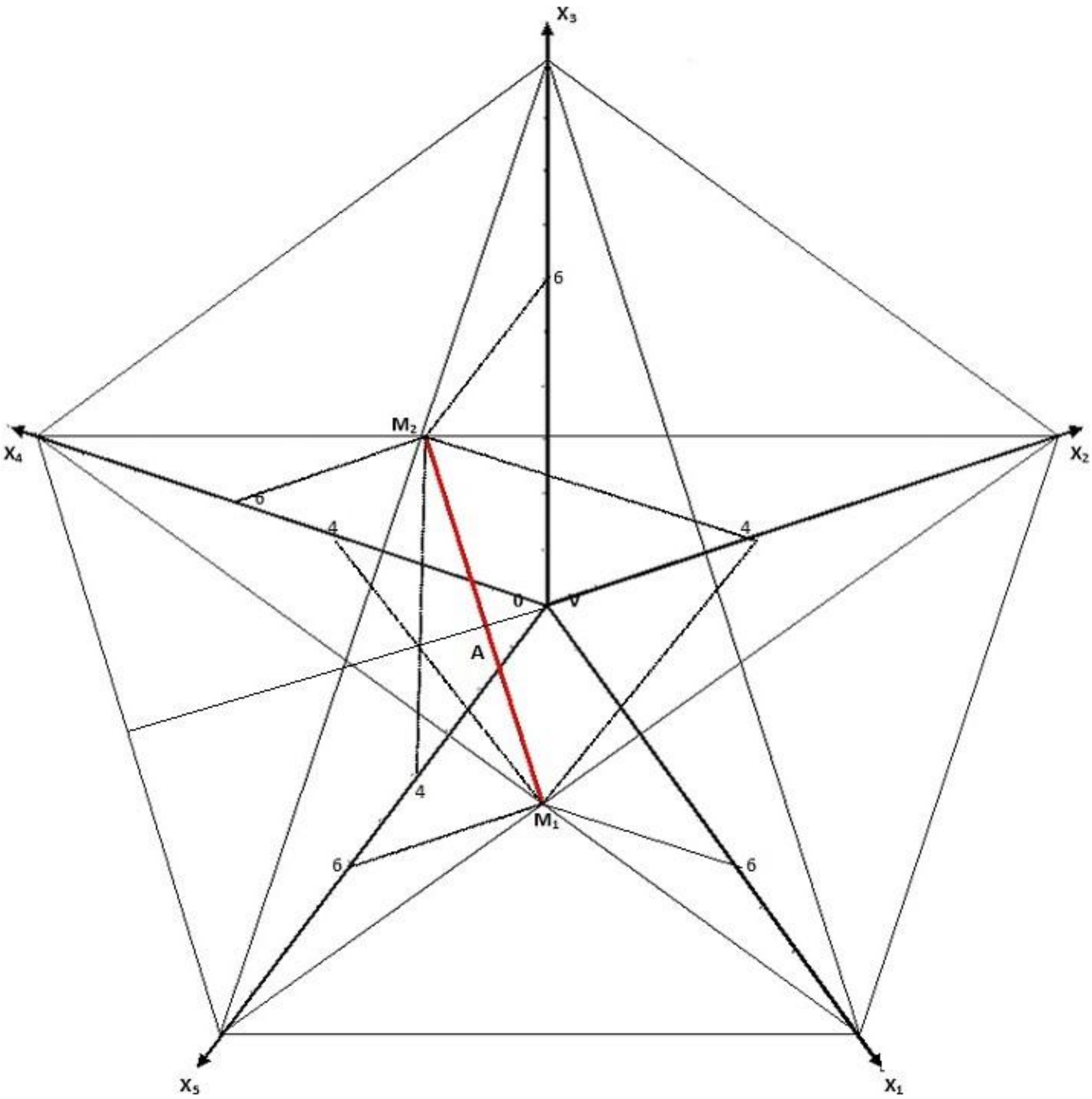

Рис.1

Пояснения к рис.1:

- цифры на осях координат указывают координаты точек $\boldsymbol{M_1}$ и $\boldsymbol{M_2}$,
- т. $\boldsymbol{A}$ лежит на пересечении биссектрисы угла $\boldsymbol{X_4 0 X_5}$ и прямой $\boldsymbol{M_1 M_2}$,

Из рис.1 видны координаты точек M_1 и M_2. Они таковы:

$$M_1\ (6;\ 4;\ 2.4;\ 4;\ 6) \text{ и } M_2\ (2.4;\ 4;\ 6;\ 6;\ 4)$$

По ним построим уравнение прямой. Но сначала определим направляющий вектор $\overline{M1M2}$ по формуле

$$\overline{M1M2}(x_{21} - x_{11};\ x_{22} - x_{12};\ x_{23} - x_{13};\ x_{24} - x_{14};\ x_{25} - x_{15}),$$

т. е.

$$\overline{M1M2}(2.4 - 6;\ 4 - 4;\ 6 - 2.4;\ 6 - 4;\ 4 - 6),$$

или

$$\overline{M1M2}(-3.6;\ 0;\ 3.6;\ 2;\ -2),$$

Теперь можно записать уравнение прямой, проходящей через эти точки –

$$M_1\ (6;\ 4;\ 2.4;\ 4;\ 6) \text{ и } M_2\ (2.4;\ 4;\ 6;\ 6;\ 4)$$

$$\frac{x1-6}{-3.6} = \frac{x2-4}{0} = \frac{x3-2.4}{3.6} = \frac{x4-4}{2} = \frac{x5-6}{-2}$$

Примечание: здесь индексы координат ($_1$, $_2$, $_3$, $_4$ и $_5$ оказались выше роста своих обладателей – не позволяет сделать это правильно их необходимое присутствие в формульных записях - но воспринимать их надо как ростом ниже).

Проверка: Подставим координаты точки M_1 $(6;\ 4;\ 2.4;\ 4;\ 6)$ в полученные уравнения

$$\frac{6-6}{-3.6} = \frac{4-4}{0} = \frac{2.4-2.4}{3.6} = \frac{4-4}{2} = \frac{6-6}{-2}$$

$$0 = 0 = 0 = 0 = 0$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Подставим координаты точки $\boldsymbol{M_2}$ ***(2.4; 4; 6; 6; 4)*** в полученные уравнения

$$\frac{2.4-6}{-3.6} = \frac{4-4}{0} = \frac{6-2.4}{3.6} = \frac{6-4}{2} = \frac{4-6}{-2}$$

$$1 = 0 = 1 = 1 = 1$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Общей методикой в определении координат точки $\boldsymbol{A}$ является то, что, как и в трёхмерной прямоугольной системе координат, координата считывается с точки прохождения секущей плоскости, параллельной соответствующей координатной плоскости, через координатную ось. На рис.2 показан образец построения секущей плоскости, параллельной координатной плоскости, а также – отмечена координата как место пересечения секущей плоскости с координатной осью, т. е. $\boldsymbol{x_5} = 5$.

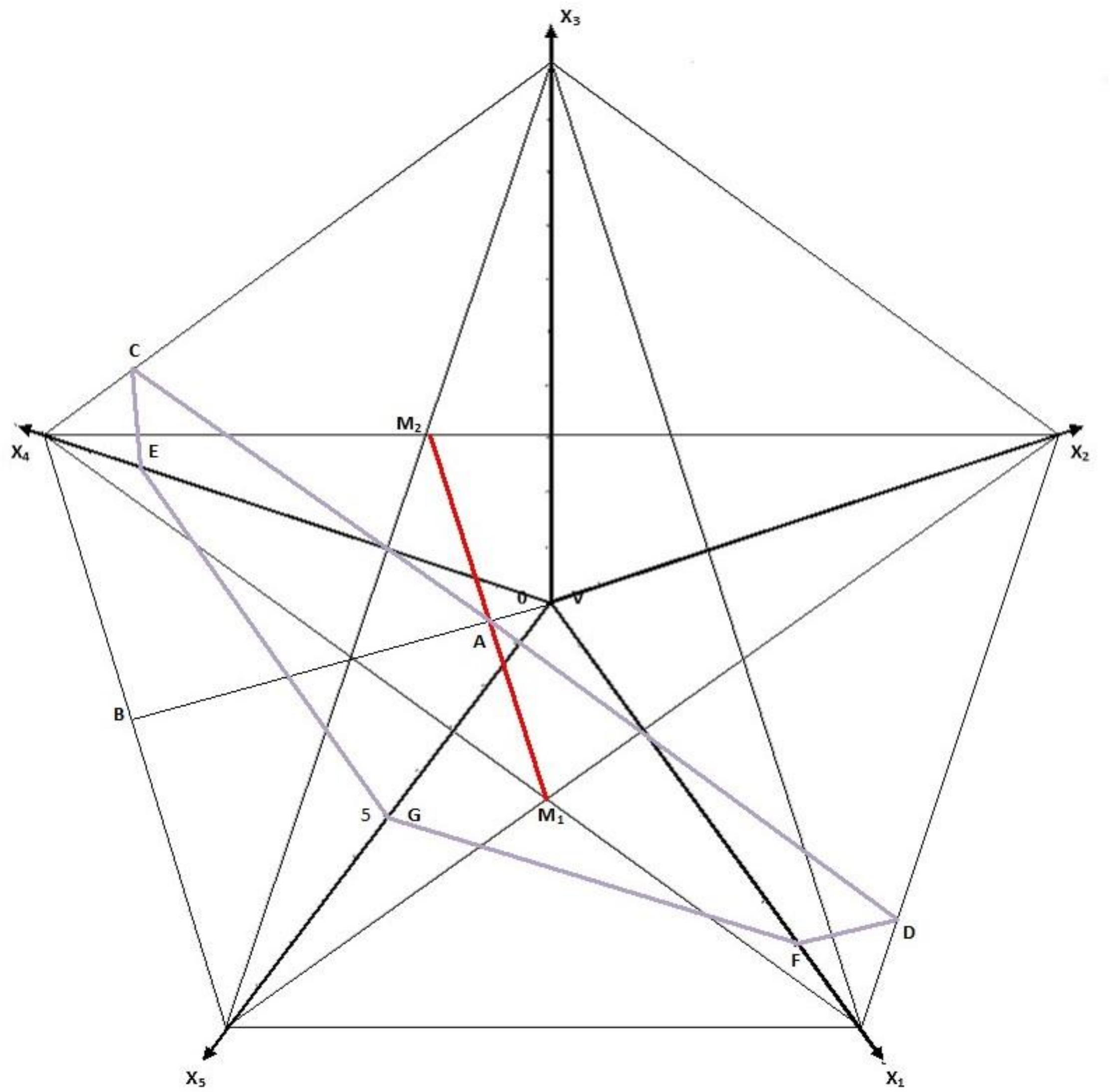

Рис.2

Пояснения к рис.2:

- секущая плоскость ***CDFGE*** параллельна координатной плоскости $\boldsymbol{X_2 0 X_3}$,
- на координатной оси $\boldsymbol{X_5}$ отмечена координата $\boldsymbol{x_5} = 5$,
- прямая ***CE*** параллельна прямой $\boldsymbol{0X_3}$,
- прямая ***DF*** параллельна прямой $\boldsymbol{0X_2}$,
- прямая ***EG***параллельна прямой $\boldsymbol{0X_1}$,
- прямая ***FG*** параллельна прямой $\boldsymbol{0X_4}$.

Все остальные координаты точки ***A*** определяются таким же образом (рис.3).

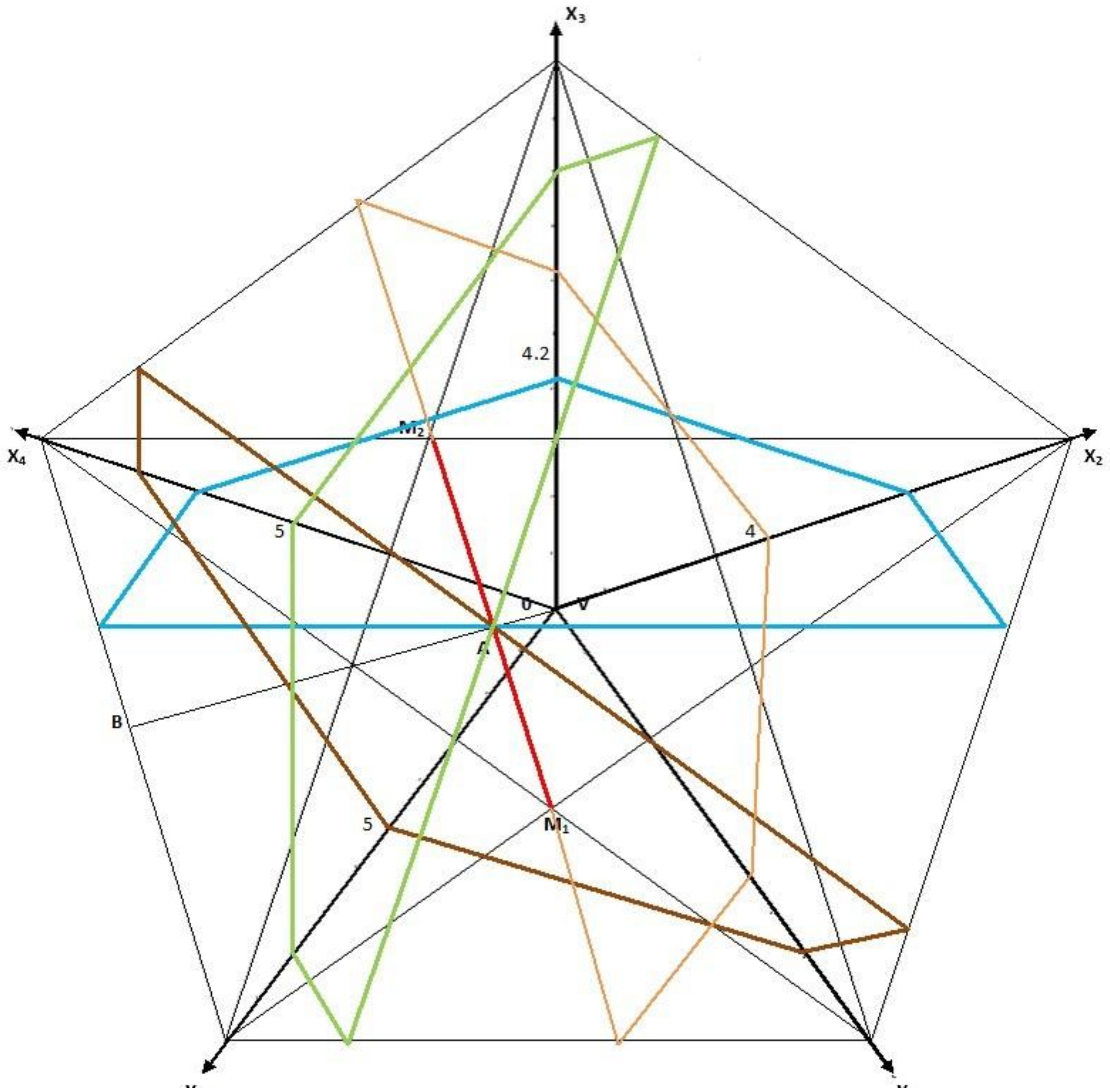

Рис.3

По рисункам 2 и 3 видны координаты точки ***A***.

Они следующие:

A(4.2; 4; 4.2; 5; 5)

Для проверки правильности полученных координат подставим их в уравнение прямой $\boldsymbol{M_1M_2}$.

$$\frac{4.2-6}{-3.6} = \frac{4-4}{0} = \frac{4.2-2.4}{3.6} = \frac{5-4}{2} = \frac{5-6}{-2}$$

0.5 = 0 = 0.5 = 0.5 = 0.5

Таким образом, в результате составления канонического уравнения прямой $\boldsymbol{M_1M_2}$, а также – получения по показанной на рисунке 2 графической методике координат произвольной точки $\boldsymbol{A}$, подтверждённой тем, что они отвечают требованиям канонического уравнения прямой $\boldsymbol{M_1M_2}$, на которой она находится, можно сделать вывод, что показанная методика графического определения координат в пространстве произвольно-угольной четырёхмерной системы координат правомочна.

2. Определение координат точки в 7-мерном пространстве

При определении координат точки в 7-мерном пространстве используется та же методика, что и при определении координат точки в 5-мерном пространстве. Поэтому автор ограничился лишь показом двух рисунков с короткими комментариями, к тому же счёл излишним использование при этом уравнения прямой, проведённой через данную точку.

Пример: в 7-мерном пространстве дана произвольная точка $\boldsymbol{A}$, координаты которой требуется определить.

Решение.

На рис.4 в качестве образца приведено определение лишь координаты точки $\boldsymbol{A}$ – $\boldsymbol{x_7}$.

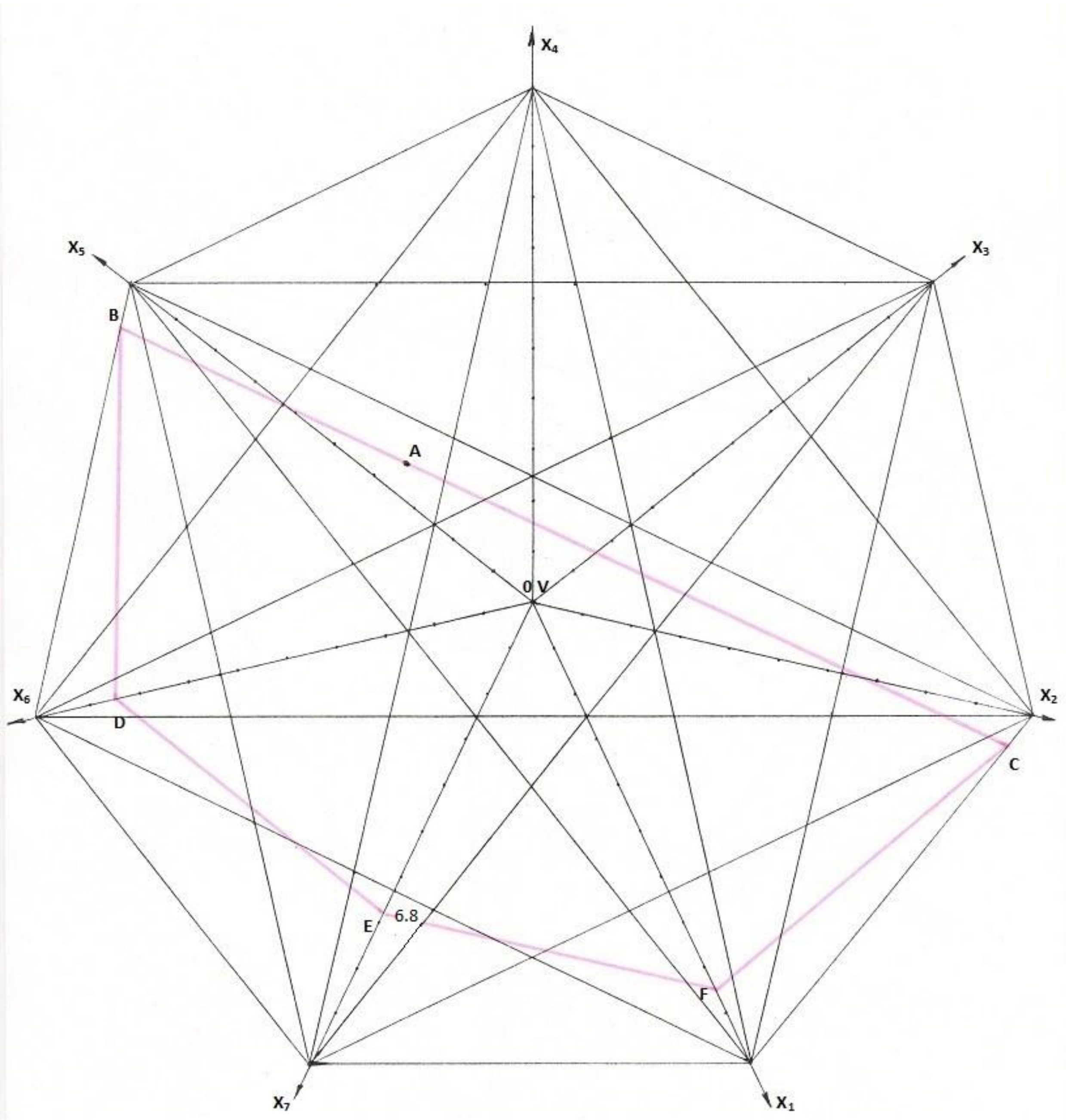

Рис.4

Пояснения к рис.4:

- ***A*** – произвольная точка,
- прямая ***BC*** параллельна $\boldsymbol{X_3X_4}$**,**
- прямая ***BD*** параллельна $\boldsymbol{0X_4}$**,**
- прямая ***CF*** параллельна $\boldsymbol{0X_3}$**,**

- прямая $\boldsymbol{FE}$ параллельна $\boldsymbol{0X_2}$,
- прямая $\boldsymbol{DE}$ параллельна $\boldsymbol{0X_5}$, секущая плоскость BCFED, параллельная координатной плоскости $\boldsymbol{X_3 0 X_4}$, отмечает на координатной оси $\boldsymbol{x_7}$ величину 6.8, т. е. $\boldsymbol{x_7} = 6.8$.

Определение остальных координат точки $\boldsymbol{A}$ без комментариев показано (по примеру $\boldsymbol{x_7}$) на рис. 5.

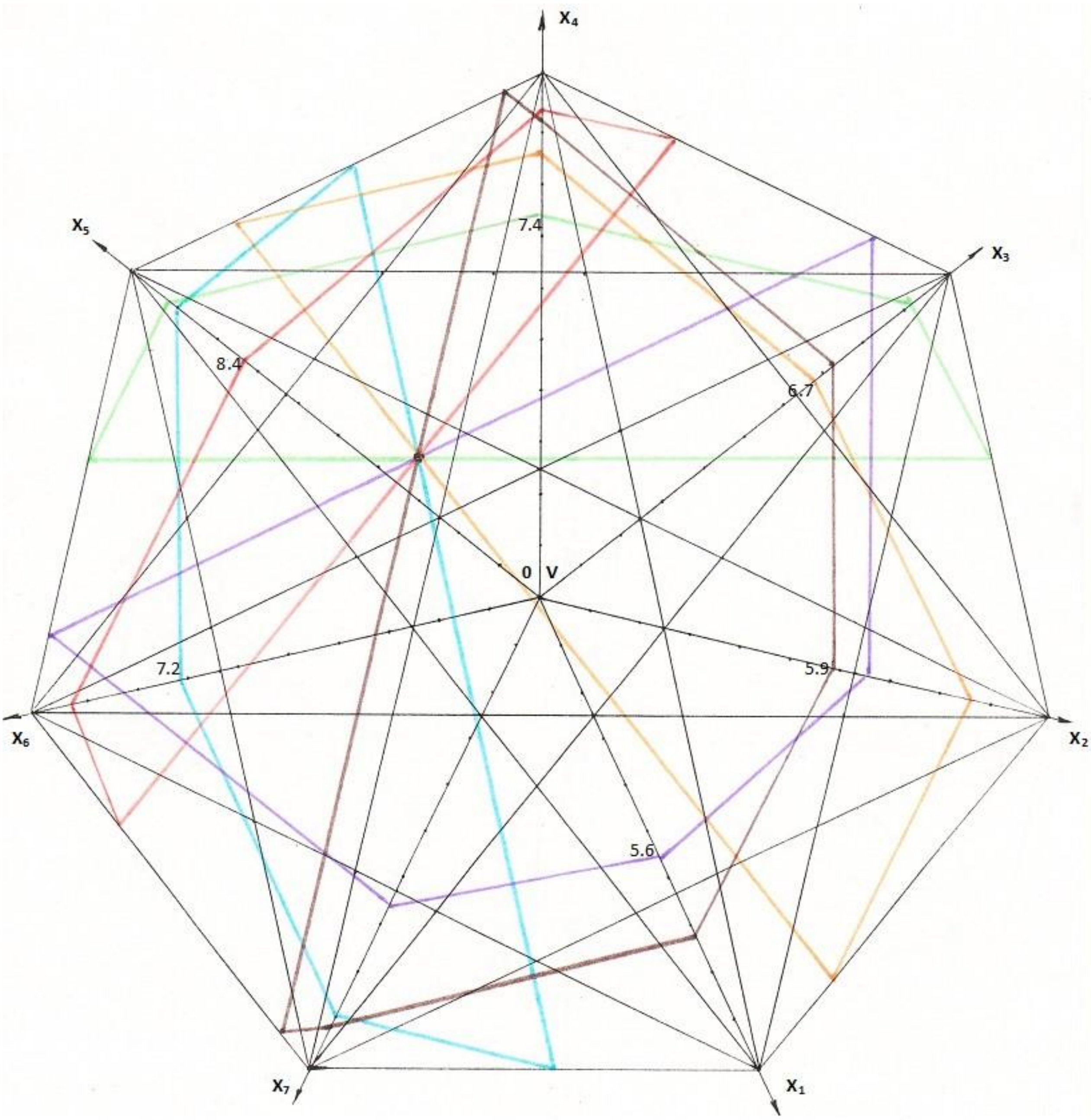

Рис.5

Таким образом, точка ***A*** имеет координаты

$$\boldsymbol{A(5.6;5.9;6.7;7.4;8.4;7.2;6.8).}$$

Конец статьи