Уравнение прямой
по двум известным точкам
в пространстве
четырёхмерной произвольно-угольной
системы координат

Данная статья является дополнением к уже имеющейся в Интернете (**optimat.ucoz.ru**) статье этого же автора "Реальная многомерная произвольно-угольная система координат"

Существует несколько способов задания прямой в пространстве. В этой статье представлено описание канонического уравнения прямой по двум известным точкам в четырёхмерном пространстве многомерной произвольно-угольной системы координат и направляющему вектору прямой. Если известна некоторая точка пространства $\boldsymbol{M(x_0;\ y_0;\ z_0;\ t_0)}$, принадлежащая прямой, и направляющий вектор $\boldsymbol{\bar{p}(p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4)}$ данной прямой, то канонические уравнения этой прямой выражаются формулами:

$$(x - x_0)/p_1 = (x - x_0)/p_2 = (x - x_0)/p_3 = (x - x_0)/p_4$$

Приведённая запись предполагает, что координаты направляющего вектора $\boldsymbol{p_1, p_2, p_3, p_4}$ не равны нулю.

Пусть известны две точки четырёхмерного пространства произвольно-угольной системы координат $\boldsymbol{M_1(x_1;\ y_1;\ z_1;\ t_1),\ M_2(x_2;\ y_2;\ z_2;\ t_2)}$. Тогда уравнения прямой, проходящей через данные точки, выражаются формулами:

$$(x - x_1)/ (x_2 - x_1) = (y - y_1)/ (y_2 - y_1) = (z - z_1)/ (z_2 - z_1) = (t - t_1)/ (t_2 - t_1)$$

А вектор $\boldsymbol{\overline{M_1M_2}(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1;\ t_2 - t_1)}$ является направляющим вектором прямой.

Покажем составление уравнения прямой на конкретном примере.

<u>Пример</u>

Составить уравнения прямой, проходящей через точки $\boldsymbol{M_1(5;\ 0;\ 0;\ 5)}$, $\boldsymbol{M_2(0;\ 5;\ 5;\ 0)}$.

Решение: Найдём направляющий вектор прямой:

$\boldsymbol{\overline{M_1M_2}}$ **= (0-5; 5-0; 5-0; 0-5).**

Итак, направляющий вектор прямой выглядит

$\overline{M_1M_2}$**(-5; 5; 5; -5).**

Уравнения прямой составим по точке $M_1(5; 0; 0; 5)$ (можно было выбрать и точку $M_2(0; 5; 5; 0)$) и направляющему вектору $\overline{M_1M_2}(-5; 5; 5; -5)$.

$$\frac{x-5}{-5} = \frac{y-0}{5} = \frac{z-0}{5} = \frac{t-5}{-5}$$

Ответ: $\frac{x-5}{-5} = \frac{y-0}{5} = \frac{z-0}{5} = \frac{t-5}{-5}$

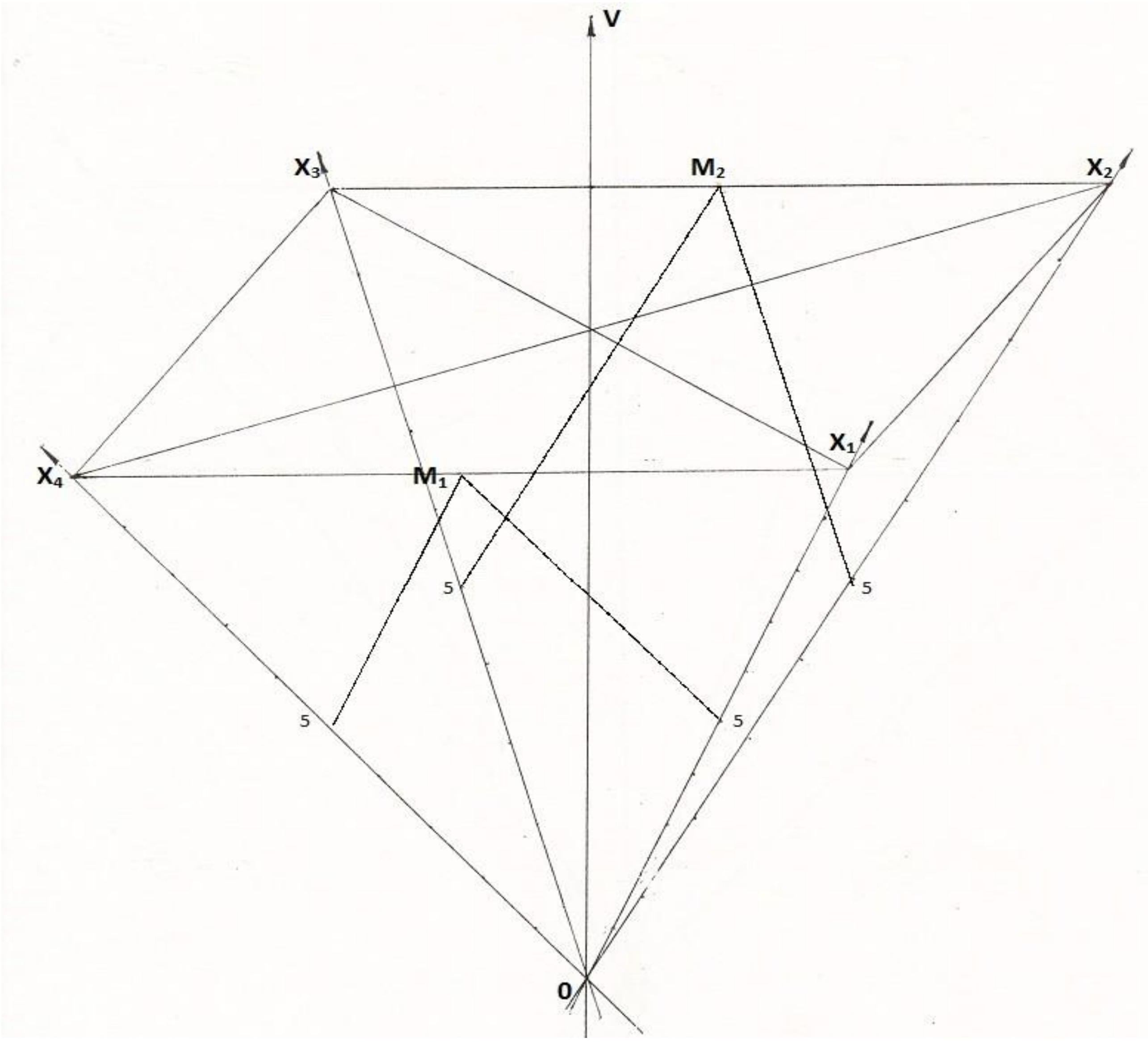

Рис. 1

На рис.1 обозначены исходные точки M_1 и M_2 по их известным координатам. Они находятся на перекрестьях прямых, параллельных соответствующим координатным осям, как это делается и в прямоугольной Декартовой системе координат.

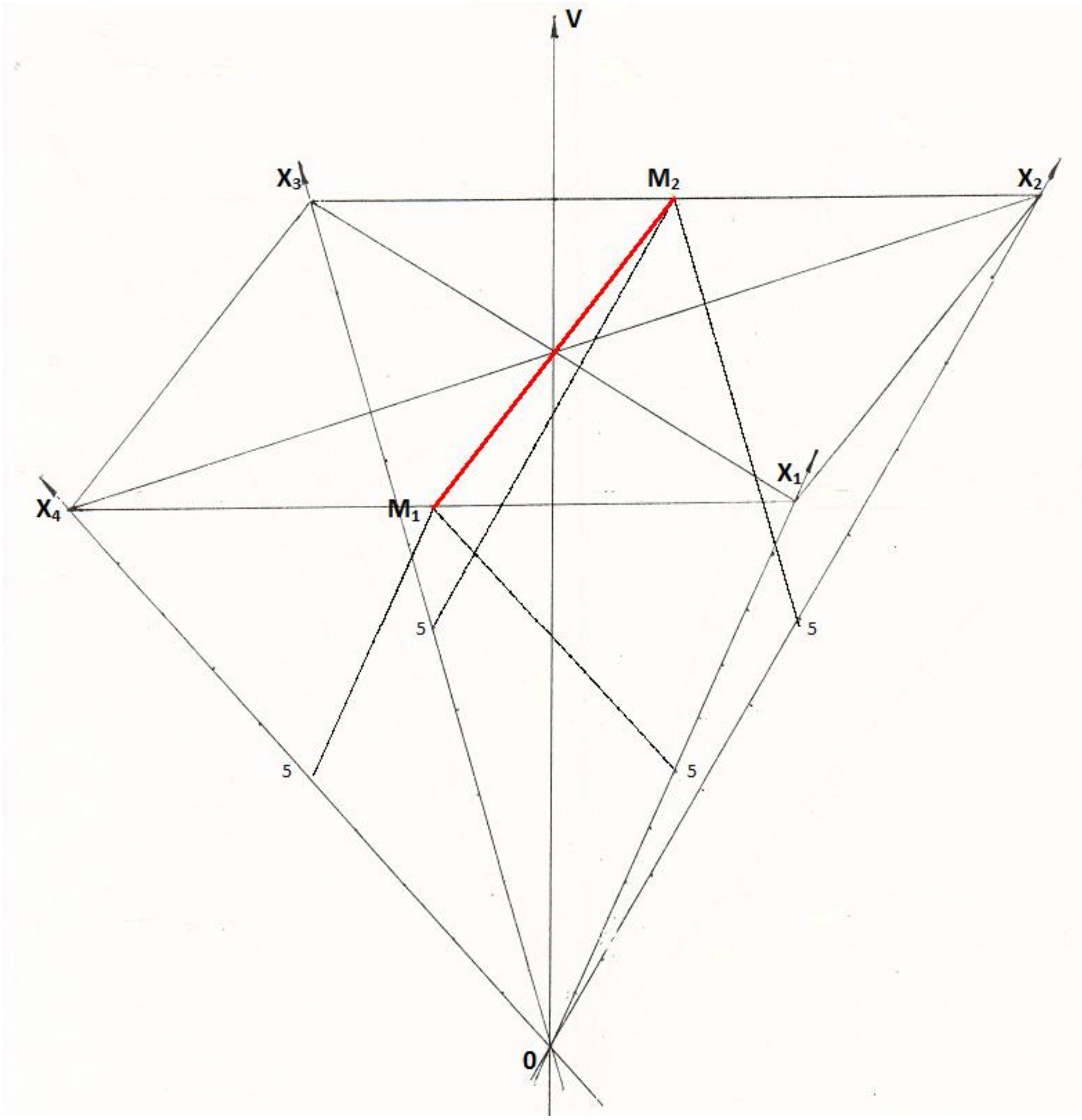

Рис. 2

На рис. 2 изображена прямая M_1M_2 (красного цвета), уравнения которой (см. выше) и были составлены.

Необходима проверка правильности этих уравнений. Для этого в эти уравнения сначала подставим значения координат точки M_1***(5; 0; 0; 5.)***

Проверка:

Подставим координаты точки $M_1(5; 0; 0; 5)$ в полученные уравнения:

$$\frac{5-5}{-5} = \frac{0-0}{5} = \frac{0-0}{5} = \frac{5-5}{-5}$$

$$0 = 0 = 0 = 0$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Подставим координаты точки $M_2(0; 5; 5; 0)$ в полученные уравнения:

$$\frac{0-5}{-5} = \frac{5-0}{5} = \frac{5-0}{5} = \frac{0-5}{-5}$$

$$1 = 1 = 1 = 1$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Проверим правильность полученного уравнения, подставив в него координаты точки M_3, произвольно взятой на полученной прямой. По рис.3 определим её координаты. Особенность получения координат точки, лежащей на векторе направленности (и только в этом случае) именно такова, как показано на рисунке 3: сначала находим вспомогательную точку A, а по ней уже – координаты точки M_3. Такова, не объяснимая пока ничем, особенность получения координат точки, расположенной на векторе направленности многомерной произвольно-угольной системы координат.

Итак, получаем координаты точки M_3, т. е. $M_3(2.5; 2.5; 2.5; 2.5)$
Подставим координаты точки $M_3(2.5; 2.5; 2.5; 2.5)$ в полученные уравнения

$$\frac{2.5-5}{-5} = \frac{2.5-0}{5} = \frac{2.5-0}{5} = \frac{2.5-5}{-5}$$

$$0.5 = 0.5 = 0.5 = 0.5$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

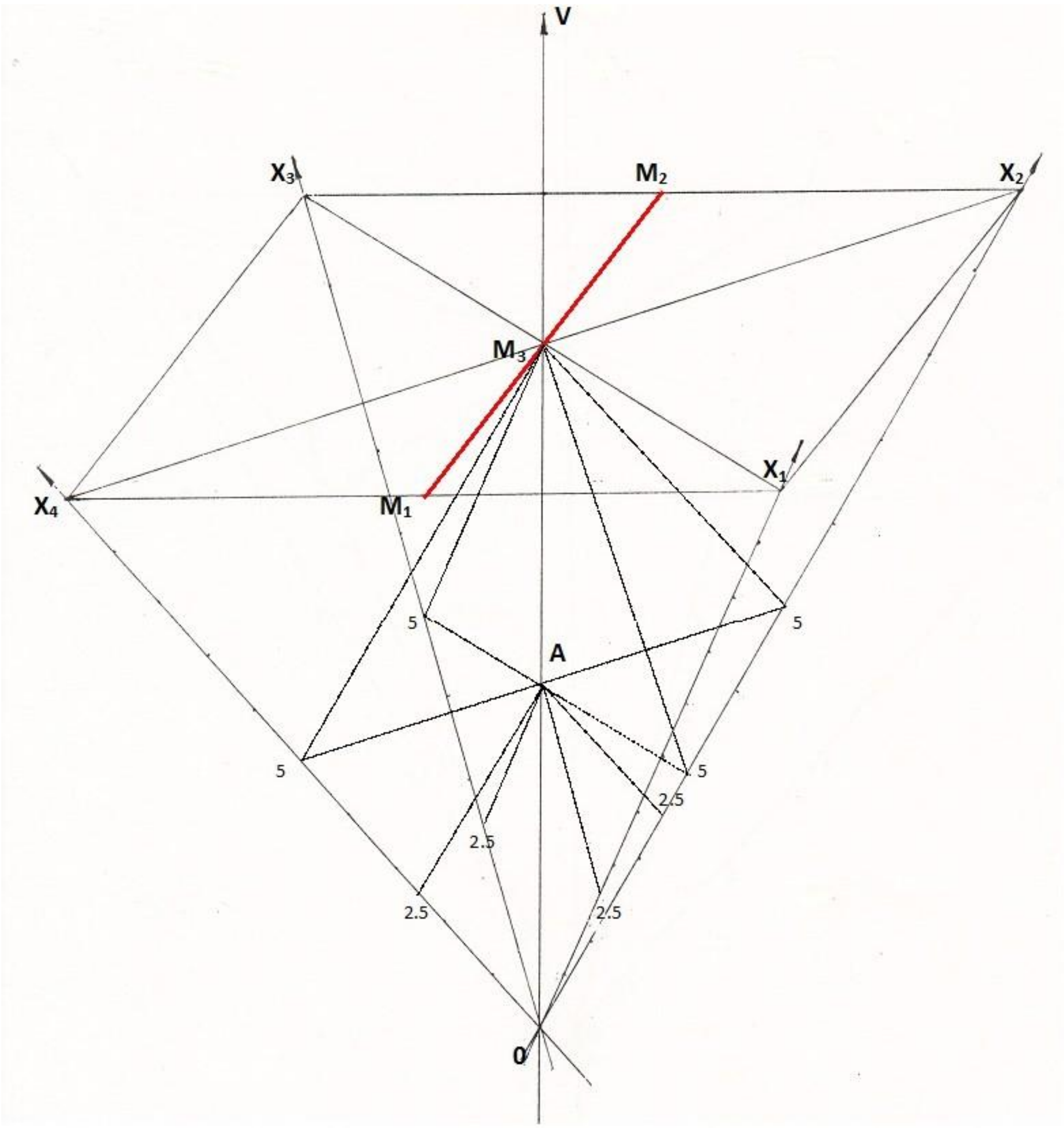

Рис. 3

Проверим правильность полученного уравнения, подставив в него координаты точки ***M₄***, произвольно взятой на полученной прямой. По рис.4 определим её координаты .

Итак, получаем координаты точки $\boldsymbol{M_4}$, т. е. $\boldsymbol{M_4(3;\ 2;\ 2;\ 3)}$.

Подставим координаты точки $\boldsymbol{M_4(3;\ 2;\ 2;\ 3)}$ в полученные уравнения.

$$\frac{3-5}{-5} = \frac{2-0}{5} = \frac{2-0}{5} = \frac{3-5}{-5}$$

$$0.4 = 0.4 = 0.4 = 0.4$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

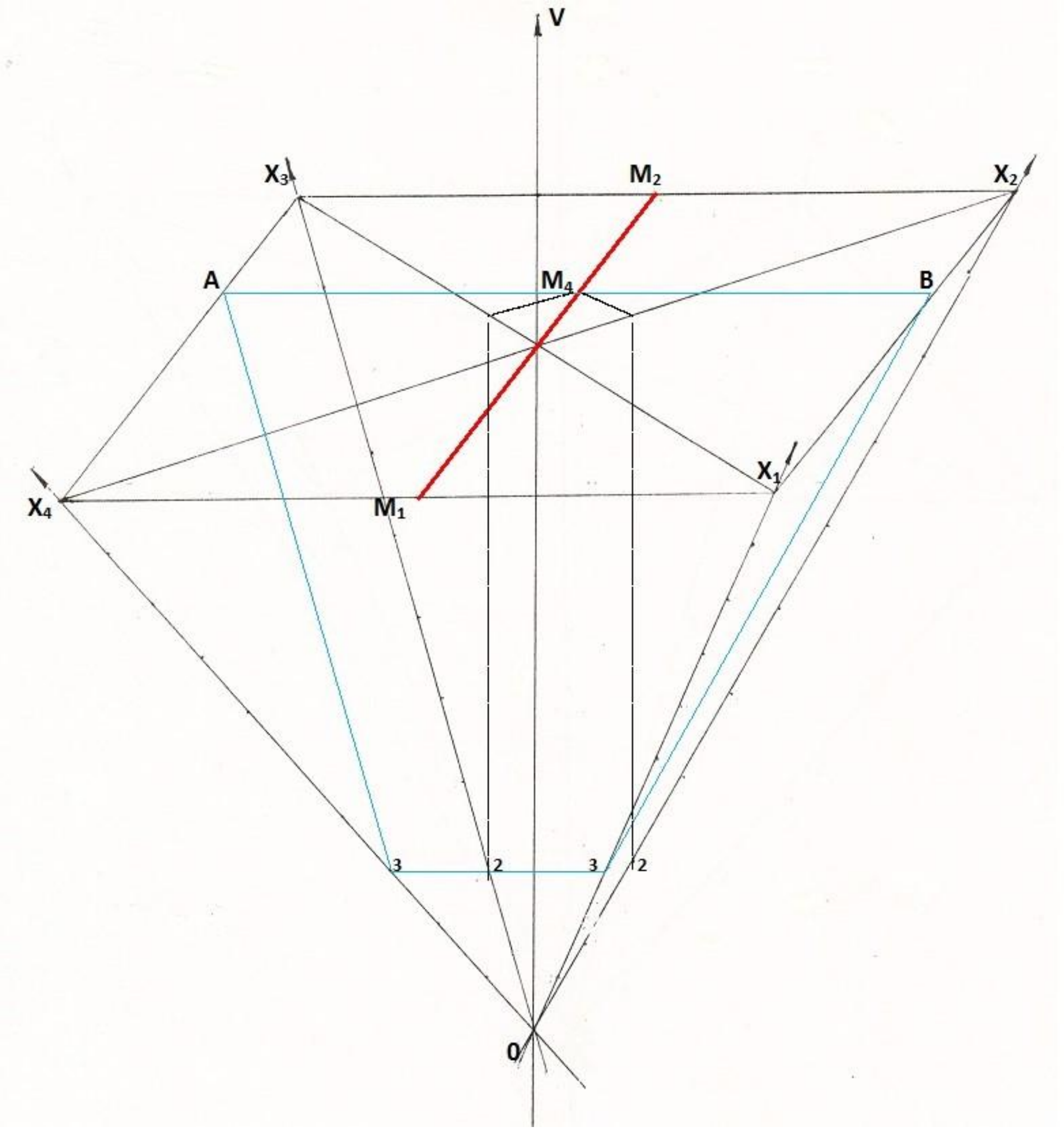

Рис. 4

Проверим правильность полученного уравнения, подставив в него параметры точки M_5, произвольно взятой на полученной прямой. По рис.5 определим её координаты.

Итак, получаем координаты точки M_5, т. е. $M_5(1; 4; 4; 1)$.

Подставим координаты точки $M_5(1; 4; 4; 1)$ в полученные уравнения

$$\frac{1-5}{-5} = \frac{4-0}{5} = \frac{4-0}{5} = \frac{1-5}{-5}$$

$$0.8 = 0.8 = 0.8 = 0.8$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

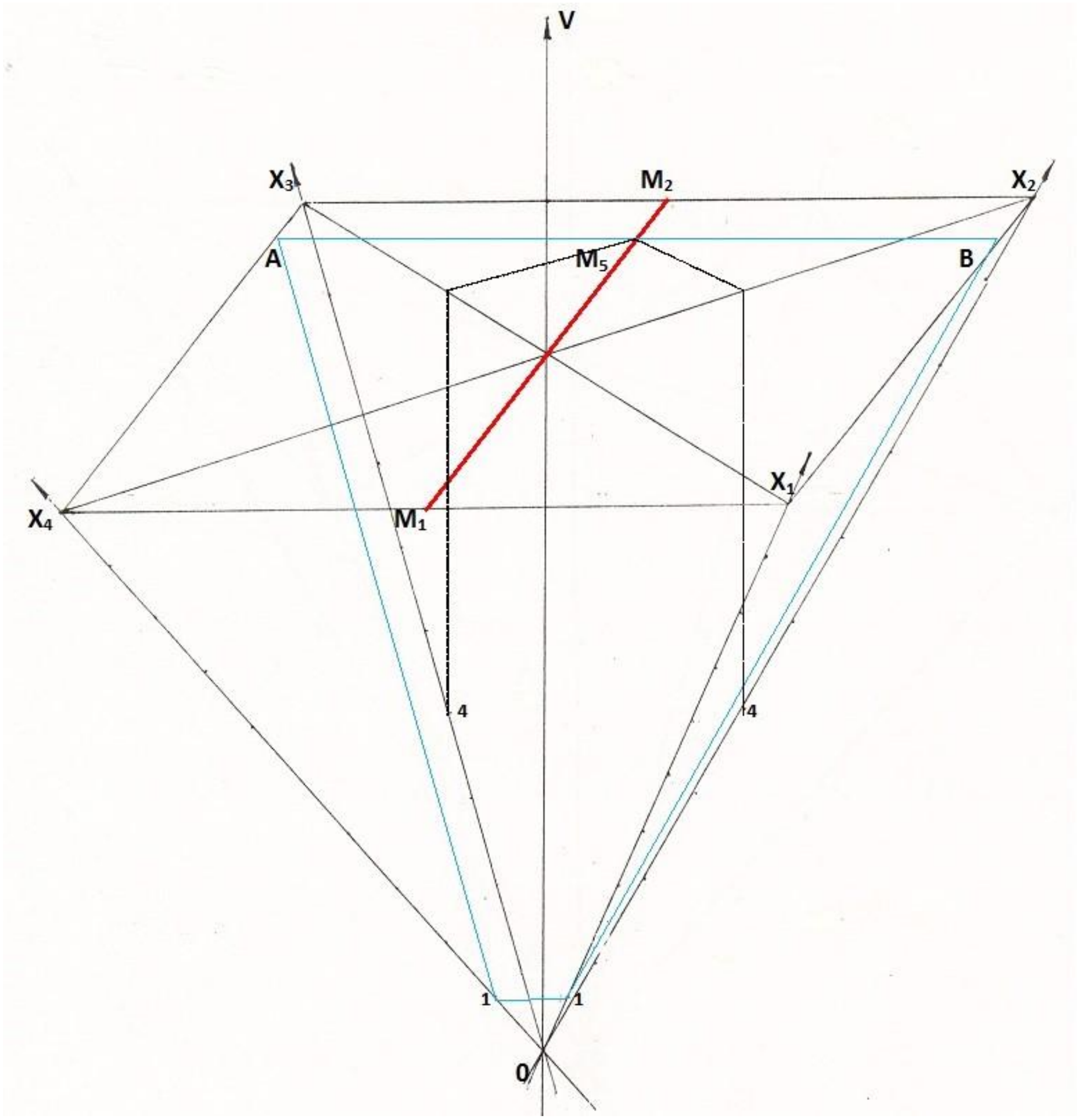

Рис. 5

Проверим правильность полученного уравнения, подставив в него параметры точки $\boldsymbol{M_6}$, произвольно взятой на полученной прямой. По рис.6 определим её координаты.

Итак, получаем координаты точки $\boldsymbol{M_6}$, т. е. $\boldsymbol{M_6(2;\ 3;\ 3;\ 2)}$ Подставим координаты точки $\boldsymbol{M_6(2;\ 3;\ 3;\ 2)}$ в полученные уравнения

$$\frac{2-5}{-5} = \frac{3-0}{5} = \frac{3-0}{5} = \frac{2-5}{-5}$$

$$0.6 = 0.6 = 0.6 = 0.6$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

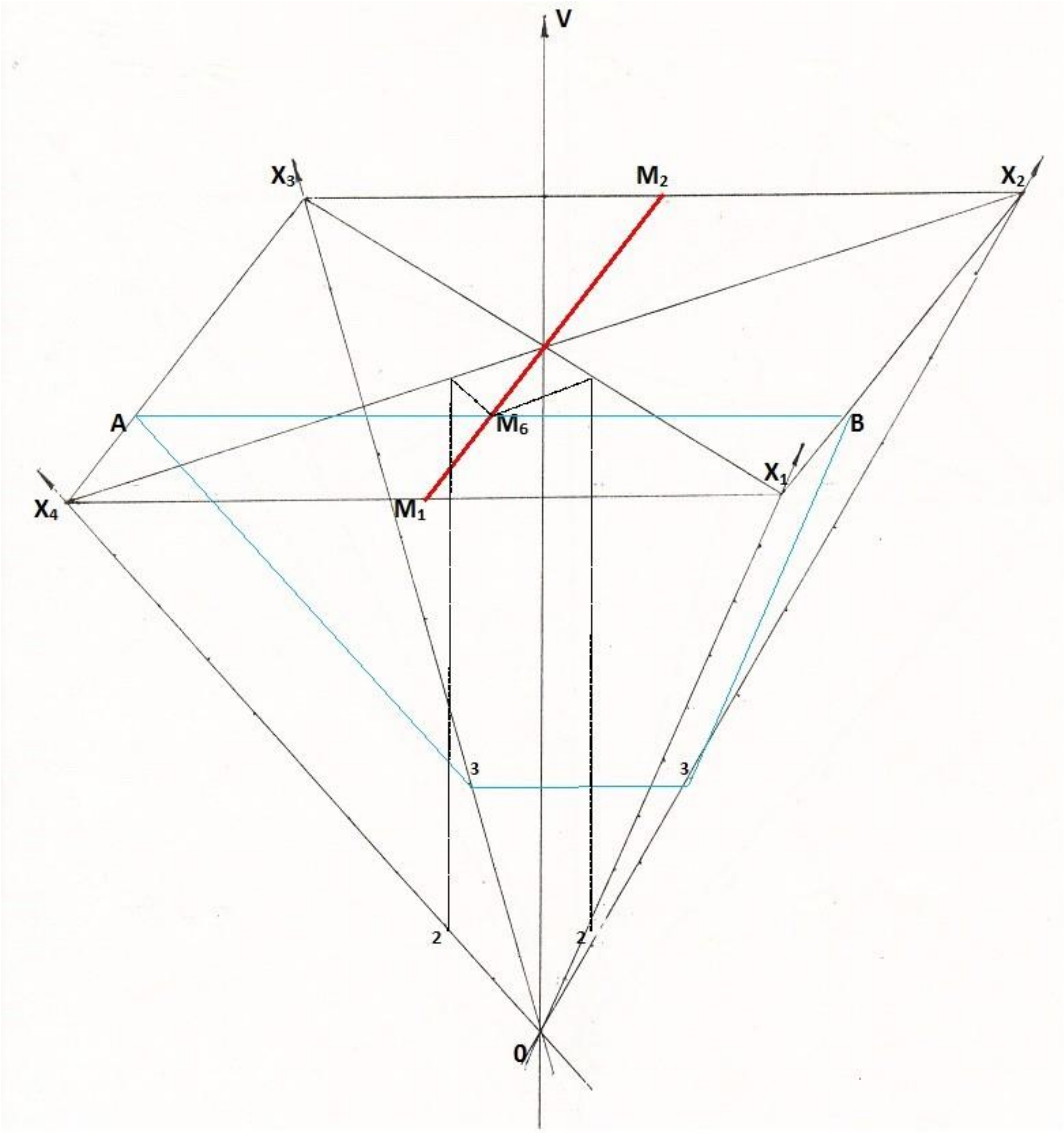

Рис.6

Таким образом, все проверки показали правильность полученного уравнения прямой по двум известным точкам в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат.

Конец статьи