

Прямая как линия пересечения двух плоскостей в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат

Данная статья является дополнением к уже имеющейся в Интернете (optimat.ucoz.ru) статье этого же автора “Реальная многомерная произвольно-угольная система координат”

Прямая в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат может быть определена как линия пересечения двух непараллельных плоскостей: $A_1x + B_1y + C_1z + D_1t + U_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2t + U_2 = 0$, т. е. как множество точек, удовлетворяющих системе двух линейных уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1t + E_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2t + E_2 = 0 \end{cases}$$

Уравнения системы называются также общими уравнениями прямой в пространстве.

Существует несколько способов задания прямой в пространстве. В этой статье представлено описание составления канонического уравнения прямой как линии пересечения двух непараллельных плоскостей в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат.

Если известны уравнения двух пересекающихся плоскостей, то по двум точкам, лежащим на линии их пересечения $M_1(x_1; y_1; z_1; t_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2; t_2)$ можно составить её каноническое уравнение: графически определяются координаты точек $M_1(x_1; y_1; z_1; t_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2; t_2)$, по ним – вычисляется направляющий вектор линии пересечения $\vec{p}(p_1; p_2; p_3; p_4)$ (предполагается, что его составляющие не равны нулю) - $\overline{M_1M_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1; t_2 - t_1)$ и, наконец, - канонические уравнения этой прямой по следующим формулам:

$$(x - x_1)/p_1 = (y - y_1)/p_2 = (z - z_1)/p_3 = (t - t_1)/p_4$$

ИЛИ

$$(x - x_1)/(x_2 - x_1) = (y - y_1)/(y_2 - y_1) = (z - z_1)/(z_2 - z_1) = (t - t_1)/(t_2 - t_1)$$

Пример. Составить канонические уравнения прямой в пространстве, заданной общими уравнениями

$$\begin{cases} 9x + 9y + 7z + 7t - 63 = 0 \\ x + y + z + t - 8 = 0 \end{cases}$$

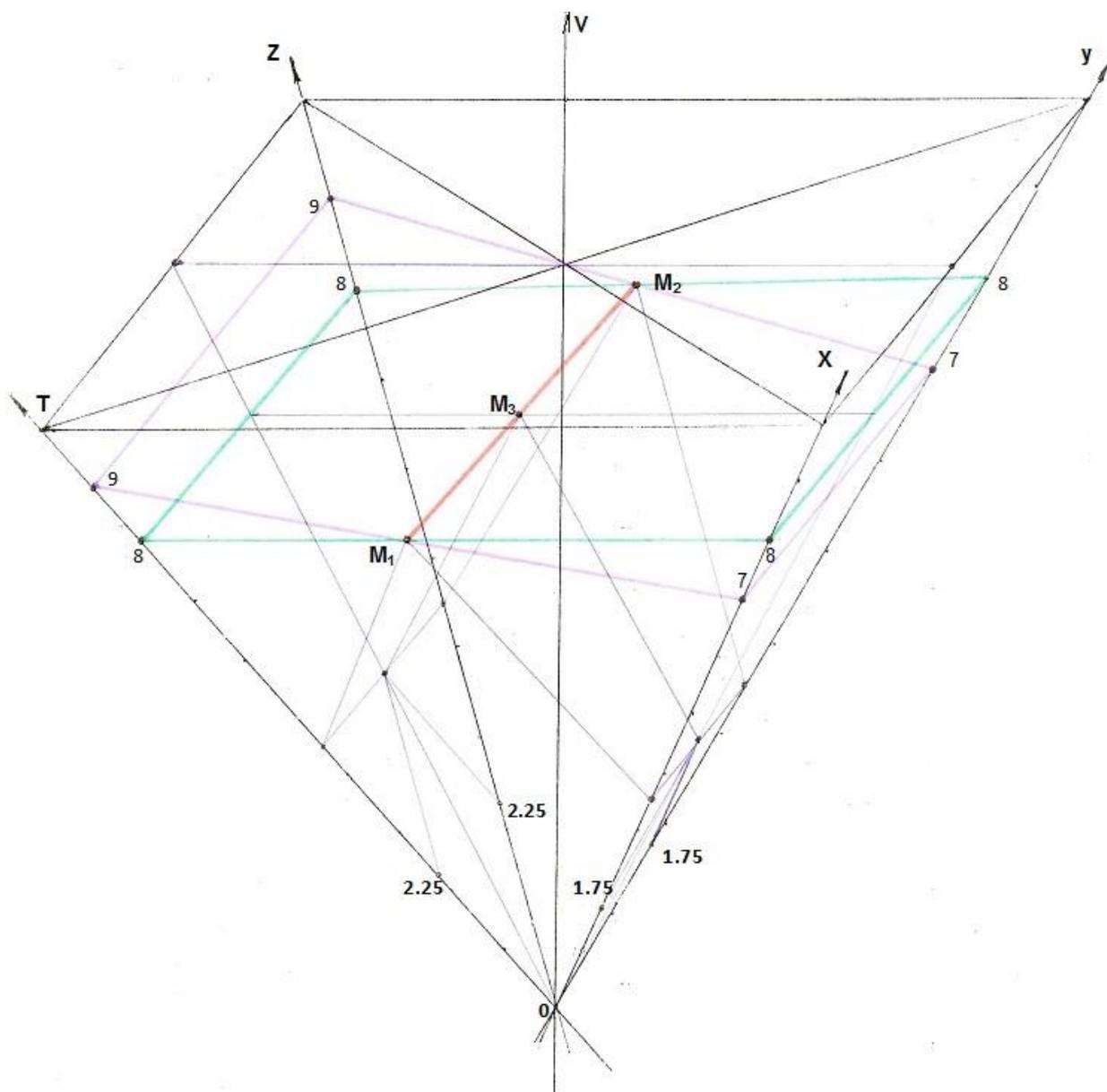


Рис.1

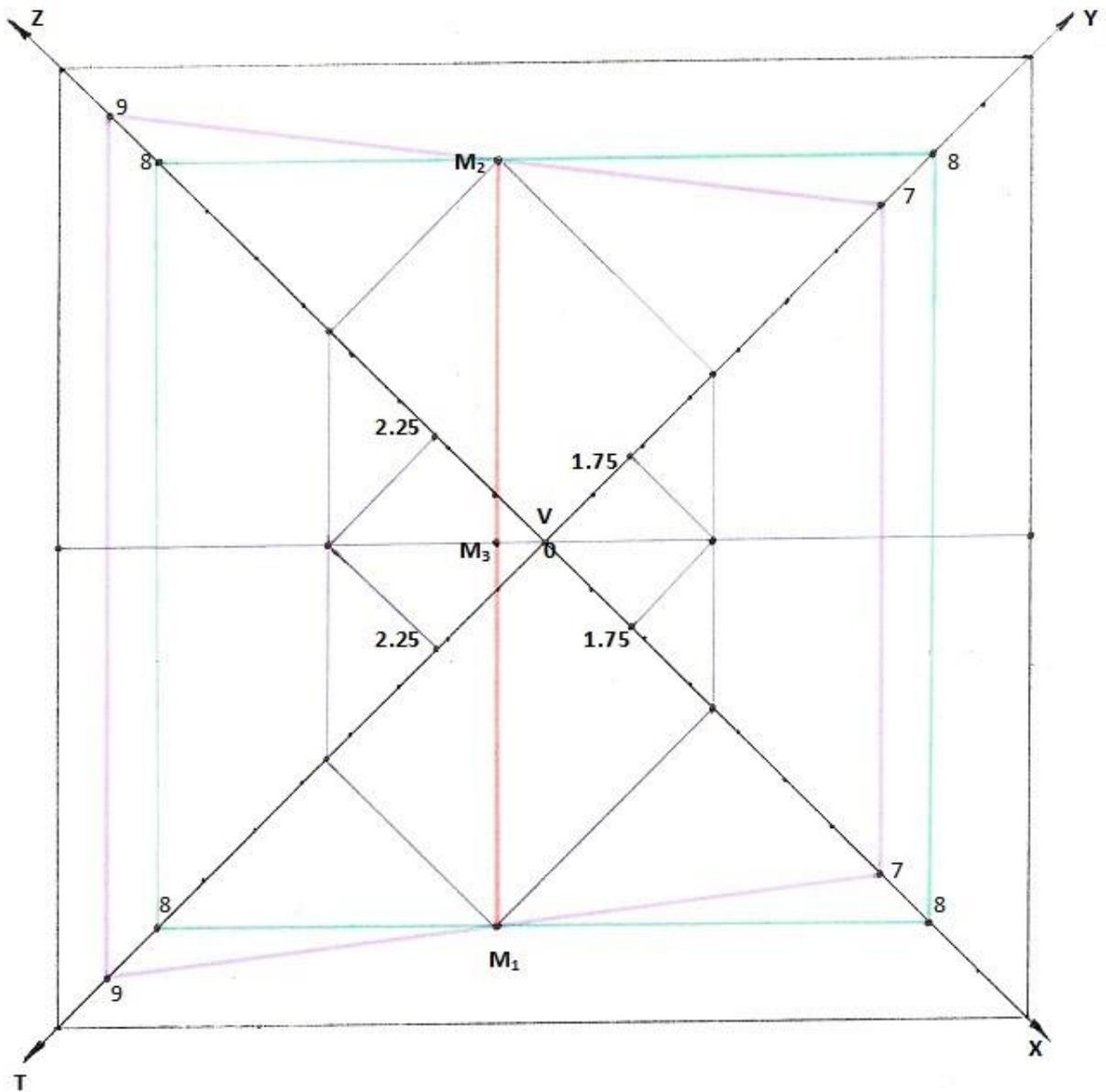


Рис.2 (вид сверху)

Решение. Чтобы написать канонические уравнения прямой или, что то же самое, уравнения прямой, проходящей через две данные точки, нужно найти координаты каких-либо двух характерных точек прямой. Ими могут служить точки пересечения прямой с двумя координатными плоскостями – например, xOz (т. M_1) и yOz (т. M_2).

Графическим методом, по рис.1 определяем координаты точек M_1 и M_2 .

Точка пересечения прямой M_1 с плоскостью xOt имеет координаты $M_1(3.5; 0; 0; 4.5)$.

Точка пересечения прямой M_2 с плоскостью yOz имеет координаты $M_2(0; 3.5; 4.5; 0)$.

Теперь запишем уравнения прямой, проходящей через эти точки - $M_1(3.5; 0; 0; 4.5)$ и $M_2(0; 3.5; 4.5; 0)$:

$$\frac{x-3.5}{-3.5} = \frac{y-0}{3.5} = \frac{z-0}{4.5} = \frac{t-4.5}{-4.5}$$

Проверка:

Подставим координаты точки $M_1(3.5; 0; 0; 4.5)$ в полученные уравнения:

$$\frac{3.5-3.5}{-3.5} = \frac{0-0}{3.5} = \frac{0-0}{4.5} = \frac{4.5-4.5}{-4.5}$$

$$0 = 0 = 0 = 0$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Подставим координаты точки $M_2(0; 3.5; 4.5; 0)$ в полученные уравнения:

$$\frac{0-3.5}{-3.5} = \frac{3.5-0}{3.5} = \frac{4.5-0}{4.5} = \frac{0-4.5}{-4.5}$$

$$1 = 1 = 1 = 1$$

Проверим дополнительно правильность полученного уравнения, подставив в него координаты точки M_3 , произвольно взятой на линии пересечения плоскостей. Графически (по рис.1) определим и её координаты.

Они получились такими - $M_3(1.75; 1.75; 2.25; 2.25)$

Подставим координаты точки $M_3(1.75; 1.75; 2.25; 2.25)$ в полученные уравнения

$$\frac{1.75-3.5}{-3.5} = \frac{1.75-0}{3.5} = \frac{2.25-0}{4.5} = \frac{2.25-4.5}{-4.5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Получены верные равенства. Уравнение верное.

Таким образом, в результате составления канонического уравнения линии пересечения двух непараллельных плоскостей в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат, заданной общими уравнениями

$$\begin{cases} 9x + 9y + 7z + 7t - 63 = 0 \\ x + y + z + t - 8 = 0 \end{cases}$$

по алгоритму:

- начертание четырёхмерной произвольно-угольной системы координат,
- использование данных исходной системы уравнений для получения образов первого и второго исходного уравнения (контуры сиреневый и зелёный соответственно),
- графическое обозначение прямой как линии пересечения двух непараллельных плоскостей (красная прямая),
- графическое определение координат точек на ней $M_1(3.5; 0; 0; 4.5)$, $M_2(0; 3.5; 4.5; 0)$ и $M_3(1.75; 1.75; 2.25; 2.25)$,

- вычисление параметров направляющего вектора линии пересечения двух плоскостей,

- получение и проверка правильности канонического уравнения прямой как линии пересечения двух непараллельных плоскостей в пространстве четырёхмерной произвольно-угольной системы координат,

пример оказался окончательно и успешно решённым.

Конец статьи